9#32

Exercice 1

Affirmation 1

$$-2x+7 \geqslant 0 \iff -2x+7-7 \geqslant 0-7$$
$$\iff -2x \geqslant 7$$
$$\iff \frac{-2x}{-2} \leqslant \frac{7}{-2} \text{ car } -2<0$$
$$\iff x \leqslant -\frac{7}{2}$$

$$\boxed{S = \left]-\infty \,; -\frac{7}{2}\right]}$$

1

donc l'affirmation 1 est fausse.

Affirmation 2 :

$$4x-3<0 \iff 4x-3+3<0+3$$
$$\iff 4x < 3$$
$$\iff \frac{4x}{4} < \frac{3}{4}$$
$$\iff x < \frac{3}{4}$$

$$\boxed{S = \left]-\infty \,; \frac{3}{4}\right[}$$

1

or l'ensemble hachuré représente l'ensemble $\left[\frac{3}{4} \,; +\infty\right[$

donc l'affirmation 2 est fausse.

Affirmation 3

$CM_1 = t_1 + 1$
$CM_1 = 0,2 + 1$
$CM_1 = 1,2$

de même, $CM_2 = 0,8$

or $CM_g = CM_1 \times CM_2$
$CM_g = 1,2 \times 0,8$
$CM_g = 0,96$

donc $t_g = CM_g - 1$
$t_g = 0,96 - 1$
$t_g = -0,04$

Le prix baissera de 4% donc l'affirmation 3 est fausse.

1

Affirmation 4

$$(x\sqrt{3} - 3)^2 = (x\sqrt{3} - 3)(x\sqrt{3} - 3)$$
$$= x\sqrt{3} \times x\sqrt{3} + x\sqrt{3} \times (-3) + (-3) \times x\sqrt{3} + (-3) \times (-3)$$
$$= 3x^2 - \cancel{9}x - \cancel{9}x + 9$$
$$= 3x^2 - 18x + 9$$

0 donc l'affirmation 4 est vraie

Exercice 2

1. Taux d'évolution :

$V_A = 60$ € et $V_D = 150$ €

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$$
$$t = \frac{60 - 150}{150}$$
2 $$\boxed{t = -0{,}6}$$

Sur l'année 2023, le prix du jeu vidéo a baissé de 60 %.

2. Coefficient multiplicateur :

$$CM = t + 1$$
$$CM = -0{,}6 + 1$$
1 $$\boxed{CM = 0{,}4}$$

3. $CM = 0{,}4$ si $CM_r = \frac{1}{CM}$ donc $t_r = CM_r - 1$

$$CM_r = \frac{1}{0{,}4}$$

$$t_r = \frac{1}{0{,}4} - 1$$
$$t_r = \frac{1}{0{,}4} - \frac{0{,}4}{0{,}4}$$
$$t_r = \frac{0{,}6}{0{,}4}$$
$$\boxed{t_r = 1{,}5}$$

1 Il faut augmenter le prix d'arrivée de 150 % pour revenir au prix initial

4. $CM_1 = t_1 + 1$ de même $CM_2 = 1{,}20$

$$CM_1 = 0{,}15 + 1$$
$$CM_1 = 1{,}15$$

1 donc $CM_g = CM_1 \times CM_2$
$$CM_g = 1{,}15 \times 1{,}20$$
$$\boxed{CM_g = 1{,}38}$$

5.

$$V_A = V_D \times CM$$
$$V_A = 60 \times 1{,}38$$
1 $$\boxed{V_A = 82{,}8}$$ → Règle

Le prix du jeu vidéo en décembre 2025 est de 82,80 €.

Exercice 3

Soit x la superficie totale de ce jardin en m²

$$x = \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x + 150$$

$$x = \frac{2}{6}x + \frac{1}{6}x + 150$$

$$x = \frac{1}{2}x + 150$$

$$x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x + 150 - \frac{1}{2}x$$

$$\frac{1}{2}x = 150$$

$$\frac{\frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}} = \frac{150}{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{x = 300} \qquad S = \{300\}$$

3

La surface de ce jardin est de 300 m² soit 0,0003 km².

2. a) Soit le x le prix que lui coûte une seule glace :

$$75x = 150$$

$$\frac{75x}{75} = \frac{150}{75} \qquad \text{Une glace lui coûte } 2€.$$

$$\boxed{x = 2}$$

0

$$S = \{2\}$$

b) Soit le x le nombre de glaces vendues en une semaine pour faire un bénéfice d'au moins 76 € :

$$x(2{,}50 - 2) \geqslant 76 \iff x \times 0{,}5 \geqslant 76$$

$$\iff 0{,}5x \geqslant 76$$

$$\iff \frac{0{,}5x}{0{,}5} \geqslant \frac{76}{0{,}5}$$

$$\iff x \geqslant 152$$

1,25

$$\boxed{S = [152 ; +\infty[}$$

Il faut qu'il vende au moins 152 glaces pour faire un bénéfice de 76 €.

Exercice 4

Partie A

0,5 1. a) La variable x dans ce programme représente le nombre que l'utilisateur doit choisir au début du programme quand l'ordinateur lui demandera « Saisis un nombre : ».

0,5 b) L'utilisateur doit saisir au clavier un nombre de son choix.

2. a) Si $x = 0$, l'écran affiche « Pas solution »

0,5 b) Si $x = 4$, l'écran affiche « Solution »

c) Si $x = 5$, l'écran affiche « Solution »

Justifiez

0,5 3. a) L'expression du programme Python $2 * x - 3 >= 5$ correspond à $2 \times x - 3 \geqslant 5$.

b) $2x - 3 \geqslant 5 \iff 2x - 3 + 3 \geqslant 5 + 3$
$\iff 2x \geqslant 8$
$\iff \frac{2x}{2} \geqslant \frac{8}{2}$
$\iff x \geqslant 4$

$\boxed{S = [4 ; +\infty[}$

0,5 c) L'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le programme affiche "Solution" est donc l'ensemble $S = [4 ; +\infty[$

Partie B

Exercice 5

1 b) Calculons IA

0,25 Le repère est orthonormé donc :

0,25 $IA = \sqrt{(x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2}$
0,25 $IA = \sqrt{(5-1)^2 + (3-0)^2}$
0,25 $IA = \sqrt{16 + 9}$
$IA = \sqrt{25}$
0,5 $\boxed{IA = 5}$

2. a) A appartient au cercle de centre I et de rayon 5 car IA = 5 et est un rayon du cercle.

Calculons IB

Le repère est orthonormé donc :

De même, IB = 5

1 B appartient également au cercle de centre I et de rayon 5 car IB = IA = 5 et IB est un rayon de ce cercle,

b) Pour déterminer la position de B, il faut se mettre au niveau de l'abscisse −1 et regarder le point d'intersection avec le cercle du côté positif car $\sqrt{21} > 0$.

3 b) Déterminons les coordonnées de C

Comme C est le symétrique de A par rapport au point I, I est le milieu de [AC]

donc $x_I = \frac{x_A + x_C}{2}$ et $y_I = \frac{y_A + y_C}{2}$

ors d'un prêche

$1\times 2 = \frac{5+x_C}{2}\times 2$ et $0\times 2 = \frac{3+y_C}{2}\times 2$

$2 = 5+x_C$ $\quad$ $0 = 3+y_C$

$x_C+5-5 = 2-5$ $\quad$ $y_C+3-3 = 0-3$

$x_C = -3$ $\quad$ $y_C = -3$

donc $C(-3\,;-3)$

4a) Le cercle circonscrit du triangle ABC a pour diamètre [AC].
Or si un côté d'un triangle est le diamètre de son cercle circonscrit alors ce triangle est rectangle
donc ABC est rectangle en B.

b) D'après le théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle B si et seulement le carré du plus grand côté [AC] est égal à la somme des carrés des deux autres longueurs soit $AC^2 = BC^2 + AB^2$

Calculons AC, AB et BC

$AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2}$

$AC = \sqrt{(5-(-3))^2 + (3-(-3))^2}$

$AC = \sqrt{64 + 36}$

$AC = \sqrt{100}$

$\boxed{AC = 10}$

De même, $AB = \sqrt{66 - 6\sqrt{21}}$

$BC = \sqrt{34 + 6\sqrt{21}}$

D'une part : $AC^2 = 10^2$
$= 100$

D'autre part : $AB^2 + BC^2$
$= (66 - 6\sqrt{21})^2 + (34+6\sqrt{21})^2$
$= 100$

On remarque que $AC^2 = AB^2 + BC^2$

donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en B.

Partie A — Tester si un nombre est solution d'une inéquation

On considère le programme Python suivant :

```
x = float(input("Saisis un nombre : "))

if 2*x - 3 >= 5:
    print("Solution")
else:
    print("Non solution")
```

1. **Lecture du programme**
   (a) Que représente la variable x dans ce programme ?
   (b) Que doit saisir l'utilisateur au clavier ?
2. **Tests de valeurs**
   Déterminer ce qui s'affiche à l'écran lorsque l'utilisateur saisit :
   (a) x = 0
   (b) x = 4
   (c) x = 5
3. **Lien avec les mathématiques**
   (a) Réécrire sous forme mathématique l'expression logique

$$2 * x - 3 >= 5.$$

   (b) Résoudre l'inéquation obtenue à la question précédente.
   (c) En déduire l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le programme affiche « Solution ».

Partie B — Intervalles et conditions en Python

On considère maintenant le second programme :

```
x = float(input("Saisis un nombre : "))

if x < -1:
    print("Zone 1")
elif -1 <= x <= 3:
    print("Zone 2")
else:
    print("Zone 3")
```

1. **Table de tests**
   Compléter le tableau suivant :

2

Valeur saisie pour x	Condition vraie dans le programme	Message affiché
-2	$-2 < -1$ | if	Zone 1
-1	$-1 \leq -1 \leq 3$ | elif	Zone 2
0	$-1 \leq 0 \leq 3$ | elif	Zone 2
3	$-1 \leq 3 \leq 3$ | elif	Zone 2
5	$3 < 5$ | else	Zone 3

2. **Interprétation mathématique**
   (a) Donner, en écriture mathématique (à l'aide d'intervalles), l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le programme affiche :
   — « Zone 1 » : $x \in]-\infty ; -1[$
   2 — « Zone 2 » : $x \in [-1 ; 3]$
   — « Zone 3 » : $x \in]3 ; +\infty[$

Exercice n°5. REPÉRAGE DANS LE PLAN (8 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\ I\,,\ J)$. Pour rappel, les points I et J ont pour coordonnées : $I(1\,;\,0)$ et $J(0\,;\,1)$. Toutes les constructions sont à faire sur le repère donné ci-après. Laissez les traits de construction apparents.

1. a) Placer le point $A(5\,;\,3)$.
b) Calculer la distance IA.

2. On considère le point $B(-1\,;\,\sqrt{21})$.
a) Prouver que les points A et B appartiennent au cercle de centre I et de rayon 5.
b) Tracer ce cercle et construire le point B en expliquant la démarche.

3. a) Sans calcul, placer le point C, symétrique du point A par rapport au point I.
b) Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point C.

4. a) Prouver, sans calcul, que le triangle ABC est un triangle rectangle en B.
b) Retrouver que le triangle ABC est un triangle rectangle en B par un raisonnement faisant intervenir des calculs de longueurs.