Devoir commun de mathématiques

Classe : 2 ……

Nom : ……………………………………… Prénom : ………………………………………

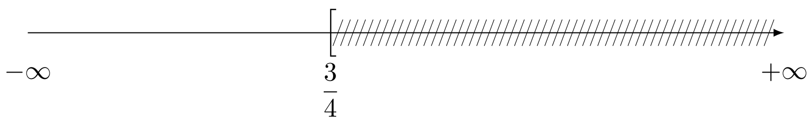
Indications portant sur l'ensemble du sujet :
Toutes les réponses doivent être justifiées sauf si une indication contraire est donnée.
L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction ainsi que les essais et les démarches engagées, même non aboutis.
L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé. Le sujet est à rendre avec vos copies.

Exercice n°1. VRAI OU FAUX (4 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant soigneusement la réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

Affirmation 1 : l'ensemble des solutions de l'inéquation $-2x + 7 \geq 0$ est : $\left]-\infty\,;\,-\dfrac{7}{2}\right[$.

Affirmation 2 : la représentation de l'ensemble des solutions de l'inéquation $4x - 3 < 0$ est l'ensemble hachuré ci-dessous :



Affirmation 3 : si un prix augmente de 20% puis diminue de 20% alors il n'aura pas évolué.

Affirmation 4 : la forme développée, réduite et ordonnée de $(x\sqrt{3} - 3)^2$ est $3x^2 - 18x + 9$.

Exercice n°2. PROPORTION ET ÉVOLUTION (6 points)

Le prix d'un jeu vidéo passe de 150€ en janvier 2023 à 60€ en décembre 2023.

1. Quel est son taux d'évolution sur l'année 2023 ?
2. Quel est le coefficient multiplicateur correspondant ?
3. Quel taux d'évolution doit-on appliquer pour revenir au prix initial ?
4. Ce jeu vidéo, fort de son succès, a ensuite vu son prix augmenter de 15 % entre janvier et décembre 2024 puis encore augmenter de 20 % entre janvier et décembre 2025. Quel est le coefficient multiplicateur global sur les années 2024 et 2025 ?
5. En déduire le prix du jeu vidéo en décembre 2025.

Exercice n°3. ÉQUATION ET INÉQUATION (5 points)

1. Dans un jardin, le tiers de la surface est recouvert par des fleurs, un sixième par des plantes vertes et le reste, soit 150 m^2, est occupé par la pelouse. Quel est la surface, de ce jardin en m^2 ? En km^2 ?

2. Un marchand de glace a remarqué qu'il dépensait 75€ par semaine pour faire 150 glaces.
a) Combien lui coute de faire une seule glace ?
b) Sachant qu'il vend une glace 2,50€ : combien doit-il vendre de glaces dans la semaine pour faire un bénéfice d'au moins 76€ ?

Exercice n°4. PYTHON (7 points)

Les deux parties A et B de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Partie A — Tester si un nombre est solution d'une inéquation

On considère le programme Python suivant :

```
x = float(input("Saisis un nombre : "))

if 2*x - 3 >= 5:
    print("Solution")
else:
    print("Non solution")
```

1. **Lecture du programme**
   (a) Que représente la variable `x` dans ce programme ?
   (b) Que doit saisir l'utilisateur au clavier ?
2. **Tests de valeurs**
   Déterminer ce qui s'affiche à l'écran lorsque l'utilisateur saisit :
   (a) $\texttt{x} = 0$
   (b) $\texttt{x} = 4$
   (c) $\texttt{x} = 5$
3. **Lien avec les mathématiques**
   (a) Réécrire sous forme mathématique l'expression logique

$$2 * \texttt{x} - 3 >= 5.$$

   (b) Résoudre l'inéquation obtenue à la question précédente.
   (c) En déduire l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le programme affiche « Solution ».

Partie B — Intervalles et conditions en Python

On considère maintenant le second programme :

```
x = float(input("Saisis un nombre : "))

if x < -1:
    print("Zone 1")
elif -1 <= x <= 3:
    print("Zone 2")
else:
    print("Zone 3")
```

1. **Table de tests**
   Compléter le tableau suivant :

Valeur saisie pour x	Condition vraie dans le programme	Message affiché
-2		
-1		
0		
3		
5		

2. **Interprétation mathématique**
   (a) Donner, en écriture mathématique (à l'aide d'intervalles), l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le programme affiche :
   — « Zone 1 » : ....
   — « Zone 2 » : ....
   — « Zone 3 » : ....

Exercice n°5. REPÉRAGE DANS LE PLAN (8 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\ ,\ I\ ,\ J)$. Pour rappel, les points I et J ont pour coordonnées : $I(1\ ;\ 0)$ et $J(0\ ;\ 1)$. Toutes les constructions sont à faire sur le repère donné ci-après. Laissez les traits de construction apparents.

1. a) Placer le point $A(5\ ;\ 3)$.
b) Calculer la distance IA.

2. On considère le point $B(-1\ ;\ \sqrt{21})$.
a) Prouver que les points A et B appartiennent au cercle de centre I et de rayon 5.
b) Tracer ce cercle et construire le point B en expliquant la démarche.

3. a) Sans calcul, placer le point C, symétrique du point A par rapport au point I.
b) Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point C.

4. a) Prouver, sans calcul, que le triangle ABC est un triangle rectangle en B.
b) Retrouver que le triangle ABC est un triangle rectangle en B par un raisonnement faisant intervenir des calculs de longueurs.