Modélisation et équiprobabilité.

I Expérience aléatoire.

II Généralités sur la modélisation.

1 Loi de probabilité.

2 Événement.

Exercice 1. ☯

On lance un dé pipé.
Le tableau suivant regroupe les probabilités.

F (face)	1	2	3	4	5	6
$\mathbb{P}(F)$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	?

1. Calculer $\mathbb{P}(6)$.
2. Calculer la probabilité des événements suivants.
   (a) « La face obtenue est paire » ;
   (b) « la face obtenue est supérieur ou égale à 5 ».

3 Réunion et intersection d'événements.

4 Événement contraire.

Exercice 2. ⚽

Démontrez que $\mathbb{P}(\varnothing) = 0$.

Exercice 3. ☯

Le standard d'un cabinet médical dispose de deux lignes de téléphone. On considère les événements :

- O_1 : « La 1^er ligne est occupée ».
- O_2 : « La 2^e ligne est occupée ».

Une étude statistique montre que :

- $p(O_1) = 0{,}4$
- $p(O_2) = 0{,}3$
- $p(O_1 \cap O_2) = 0{,}2$

Calculer la probabilité des événements suivants.

1. « La ligne 1 est libre ».
2. « Au moins une des lignes est occupée ».
3. « Au moins une des lignes est libre ».

III Exercices avec équiprobabilité.

Exercice 4. ☯

Un jeu consiste à lancer un dé parfaitement équilibré dont les 6 faces sont numérotées de 1 à 6.

1. Quel est l'univers de l'expérience ?
2. Calculez la probabilité d'obtenir 3.
3. Calculez la probabilité de l'événement $B = \{3\ ;\ 4\ ;\ 5\ ;\ 6\}$.
4. Calculez la probabilité de l'événement A :« Les issues sont des nombres pairs ».
5. Décrivez par un ensemble l'événement $A \cap B$ et déduisez en sa probabilité.
6. Déduisez des trois questions précédentes la probabilité de $A \cup B$.
7. Calculez la probabilité de $\overline{A}$.

Exercice 5. ☯

Un jeu consiste a lancer deux dés cubiques parfaitement équilibrés numérotés de 1 à 6.

1. Donnez sous forme d'un tableau l'univers associé à cette expérience.
2. Calculez la probabilité d'obtenir 6 sur les deux dés.
3. On note A : « La somme des nombres obtenus égale 3 ». Calculez la probabilité de l'événement A.
4. On note B : « le produit des nombres obtenus égale 6 ». Calculez la probabilité de l'événement B.
5. On note C : « le produit des nombres obtenus égale 7 ». Calculez la probabilité de l'événement C.
6. On note D : « la somme des nombres obtenus est strictement supérieure à 3 ». Calculez la probabilité de l'événement D.

Exercice 6. ☯

Un square est équipé de trois bancs. Deux personnes arrivent successivement et s'installent au hasard. L'objet de l'exercice est de déterminer la probabilité que ces personnes soient assises côte à côte.
Les trois bancs sont notés A, B et C.

1. Représentez la situation par un arbre.
2. Calculez la probabilité que les deux personnes s'assoient sur le banc A.
3. Calculez la probabilité que les deux personnes s'assoient côte à côte.

Exercice 7. ⚽

On lance 3 fois une pièce bien équilibrée.

1. Représentez la situation par un arbre.
2. Quelle est la probabilité :
   (a) d'avoir 3 faces ?
   (b) que le deuxième jet soit face ?
   (c) que le troisième jet soit différent du premier ?

Exercice 8.

Un examinateur doit interroger, dans un certain ordre, quatre candidats : Arthur, Béatrice, Chloé et David. Il doit établir une liste ordonnée de quatre noms.

1. À l'aide d'un arbre, déterminez le nombre de listes possibles.
2. L'examinateur tire la liste des quatre noms au hasard, chaque liste possible, ayant la même probabilité.

   Déterminez la probabilité de chacun des événements suivants :

   - E :« Béatrice est interrogée en premier ».
   - F :« Chloé est interrogée en dernier ».
   - G :« David est interrogé avant Béatrice ».
3. Définir par une phrase l'événement $E \cap F$ et en donner la probabilité.
4. Définir par une phrase l'événement $E \cup F$ et en donner la probabilité.

Exercice 9.

Au restaurant scolaire, les élèves ont le choix

- entre 2 entrées : Artichaut ou Betterave ;
- entre 3 plats : Cheval, Daube ou Escalope ;
- entre 2 desserts : Fromage ou Gâteau.

Un menu se compose :

— d'une entrée ;
— d'un plat ;
— d'un dessert.

1. En utilisant un arbre, représenter tous les menus.
2. Combien de menus différents sont possibles ?
3. On choisit un menu au hasard.
   Quelle est la probabilité :

   (a) qu'il comporte une escalope ?
   (b) qu'il comporte de l'artichaut et du fromage ?
   (c) qu'il ne comporte pas de cheval ?

Exercice 10.

Un groupe de 4 amis, Émile, Flore, Gaston et Hélène sont dans un bateau. Ils tirent au sort celui qui va ramer et, parmi les noms restants, celui qui va écoper.

1. Représenter cette situation par un arbre.
2. Déterminer les probabilités suivantes.

   (a) C'est un garçon qui rame.
   (b) Hélène écope.
   (c) Les deux qui travaillent sont de même sexe.

Exercice 11.

Trois CD notés a, b et c ont respectivement des boîtes nommées A, B et C.
On range les 3 CD au hasard dans les boîtes sans voir leur étiquette.

1. Combien de rangements sont possibles ?
2. Quelle est la probabilité
   (a) que les 3 CD soient bien rangés ?
   (b) qu'exactement 1 CD soit bien rangé ?
   (c) qu'exactement 2 CD soient bien rangés ?
3. En déduire la probabilité qu'aucun CD ne soit bien rangé.

Exercice 12.

Une urne contient 4 jetons : deux jaunes, un rose et un violet.
On tire au hasard un jeton de l'urne puis un second sans remettre le premier.
On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

1. Représenter cette situation par un arbre.
2. Combien y-a-t-il de tirages possibles ?
3. On considère les événements :
   — R : « Le 1$^{\text{er}}$ jeton tiré est rose » ;
   — J : « Le 2$^{\text{e}}$ jeton tiré est jaune ».
   (a) Déterminer $\mathbb{P}(R)$ et $\mathbb{P}(J)$.
   (b) Traduire par une phrase $R \cap J$.
   Calculer $\mathbb{P}(R \cap J)$.
   (c) Calculer $\mathbb{P}(R \cup J)$.
4. On considère l'événement :
   — N :« Aucun jeton tiré n'est jaune ».
   (a) Calculer $\mathbb{P}(N)$.
   (b) Exprimer $\overline{N}$ par une phrase.
   (c) Calculer $\mathbb{P}\left(\overline{N}\right)$.

Exercice 13.

Dans une classe de seconde, on a représenté dans le tableau suivant les langues vivantes étudiées en première langue par les 35 élèves. (On suppose que chaque élève étudie une seule première langue.)

	Anglais	Allemand	Espagnol
Garçons	8	3	4
Filles	10	4	6

On interroge au hasard un élève de cette classe. On s'intéresse aux événements suivants :

- F : « l'élève interrogé est une fille ».
- E : « l'élève interrogé étudie l'espagnol comme première langue ».

Calculez la probabilité de chacun des événements suivants : $E \cap F$, $E \cup F$, $\overline{E} \cap \overline{F}$ et $E \cup \overline{F}$.

Exercice 14.

Un car scolaire se dirige vers Saint Jacques de Compostelle en passant par Conques avec à son bord 75 élèves dont 40 garçons.
Miguel, le chauffeur, fait un sondage auprès des élèves pour savoir qui aime les chants grégoriens. Il découvre alors que 32 élèves ne les aiment pas, dont la moitié sont des filles, et que 20 % des garçons les aiment, et que 18 filles n'en ont jamais entendu parler.

1. Recopie et complète le tableau ci-dessous.

	Aime	N'aime pas	Ne connaît pas	Total
Garçons				
Filles				
Total				

2. On tire au hasard la fiche d'un élève.
   Quelle est la probabilité que :
   (a) ce soit un garçon ;
   (b) ce soit un garçon qui aime les chants grégoriens ;
   (c) ce soit un garçon ou un élève qui aime les chants grégoriens ;
3. On tire au hasard la fiche d'un garçon.
   Quelle est la probabilité qu'il aime les chants grégoriens ?

Exercice 15.

Calculez la probabilité que deux élèves d'une classe de 35 élèves soient nés le même jour de l'année.

Exercice 16.

On lance un dé bien équilibré à six faces dont trois sont bleues, deux sont blanches et une est rouge.

1. Les trois couleurs sont-elles équiprobables ?
2. Déterminer la probabilité d'apparition de chaque couleur.

Exercice 17.

On lance deux dés à quatre faces et on regarde la somme obtenue.

1. Donner l'ensemble des résultats possibles.
2. Donner une loi de probabilités de cette expérience aléatoire (justifier).
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?
4. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre multiple de trois ?

Exercice 18.