Vecteurs colinéaires.

I Définition.

Définition 1

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits *colinéaires* si et seulement si il existe un nombre réel λ (*i.e.* on peut en trouver au moins un) tel que

$$\vec{u} = \lambda\vec{v} \quad \text{ou} \quad \vec{v} = \lambda\vec{u}$$

II Caractérisation.

Proposition 1

Soient :

. $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ une base du plan,

. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ des vecteurs dont les coordonnées relativement à la base $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$, sont respectivement $\begin{pmatrix} x_u \\ y_u \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x_v \\ y_v \end{pmatrix}$.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si ils vérifient l'une au moins des propriétés suivantes.

(i) Il existe un nombre réel λ tel que $\vec{u} = \lambda\vec{v}$ ou $\vec{v} = \lambda\vec{u}$.

(ii) Les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont proportionnelles.

(iii) $x_u y_v - x_v y_u = 0$.

III Parallélisme.

Proposition 2

Soient A, B, C et D des points du plan avec $A \neq B$ et $C \neq D$.

$(AB)//(CD)$ si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

IV Alignement de trois points.

Corollaire 1

Soient A, B et C des points du plan.

A, B et C sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

Corollaire 2

Soient A, B et M des points du plan.

M appartient à la droite (AB) si et seulement si $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

V Exercices.