

Vecteurs colinéaires.

I Définition.

II Caractérisation.

Exercice 1. ☉

Déterminez si \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

a) $\vec{u} \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -12 \\ 8 \end{pmatrix}$.

b) $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{2}-1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2}+1 \end{pmatrix}$.

c) $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

d) $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix}$ où $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 2. ☉

Donnez deux vecteurs colinéaires à $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Exercice 3. ☉

Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 7 \\ 11 \end{pmatrix}$.

Calculez le déterminant de \vec{u} et \vec{v} puis dites si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

Exercice 4. ☉

Déterminez si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

a) $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 21 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 21 \end{pmatrix}$.

b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 12 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \end{pmatrix}$.

c) $\vec{u} \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

d) $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$.

e) $\vec{u} \begin{pmatrix} -10 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 15 \\ -6 \end{pmatrix}$.

f) $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 21 \\ 28 \end{pmatrix}$.

Exercice 5. ✎

Déterminez si \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires et si c'est le cas précisez l'égalité les reliant.

a) $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix}$.

b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix}$.

c) $\vec{u} \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 15 \\ -9 \end{pmatrix}$.

d) $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 12 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ 18 \end{pmatrix}$.

e) $\vec{u} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

f) $\vec{u} \begin{pmatrix} \frac{5}{9} \\ -\frac{5}{6} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 11 \\ -15 \end{pmatrix}$.

g) $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{5}-1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -4 \\ \sqrt{5}+1 \end{pmatrix}$.

Exercice 6. ☉

Déterminez un réel μ de sorte que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} soient colinéaires.

a) $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} \mu \\ 2 \end{pmatrix}$.

b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ \mu \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

Exercice 7. ☹

Soient $A(-10; 7)$, $B(-20; 10)$, $C(5; -2)$ et $D(10; -8)$ des points du plan.

\overrightarrow{AC} et \overrightarrow{DB} sont-ils colinéaires ?

Exercice 8. ☉

Soient les points $C(0; 4)$, $D(2; 7)$, $E(8; 17)$ et $F(16; 29)$.

1. Montrez que \overrightarrow{CD} et \overrightarrow{EF} sont colinéaires.

2. \overrightarrow{CD} et \overrightarrow{CE} sont-ils colinéaires ?

Exercice 9. ♣

Soient $E(1; 1)$, $F(6; 4)$ et G d'abscisse 8 des points. Sachant que \overrightarrow{FG} est colinéaire au vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$.

III Parallélisme.

Exercice 10. ☹

Soient $A(-4; -3)$, $B(8; 1)$, $C(4; 4)$ et $D(-2; 2)$ des points du plan.

Étudiez la position relative de (AB) et (CD) .

Exercice 11. ♣

Déterminez la position relative des droites (AB) et (MN) .

- a) $A(1; 2)$, $B(5; 8)$, $M(0; -1)$ et $N(5; 6)$.
 b) $A(3; -10)$, $B(15; 5)$, $M(1; 1)$ et $N(17; 21)$.

IV Alignement de trois points.

Exercice 12. ♣

Soient $A(-2; 3)$, $B(2; 1)$ et $C(4; 0)$ dans un repère du plan muni d'un repère $(O : \vec{i}, \vec{j})$.
 Démontrez que A , B et C sont alignés.

Exercice 13.

Déterminez si les points A , B et C sont alignés.

- a) $A(2; 13)$, $B(-2; -7)$ et $C(11; 58)$. b) $A(9; 20)$, $B(2; -1)$ et $C(25; 71)$.

Exercice 14.

Déterminez si le point M appartient à la droite (EF) .

- a) $E(5; -3)$, $F(-3; 3)$ et $M(15; -9)$. b) $E(0; -7)$, $F(1; 0)$, $M(2; 7)$.

V Exercices.

Exercice 15.

Déterminez tous les nombres x tels que \vec{u} et \vec{v} soient colinéaires.

1. $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ 10 \end{pmatrix}$. 1. $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1+x \\ 2x \end{pmatrix}$.

Exercice 16. ♣

On considère les points $E(5; -1)$, $F(-1; 4)$, $G(7; 2)$ et $M(1; y)$ où y est un nombre réel.

- Pour quelle valeur de y le point m appartient-il à (FG) ?
- Pour quelles valeurs de y les droites (EF) et (GM) sont-elles parallèles ?

Exercice 17.

Soient $A(4; 0)$, $B(0; 7)$ et $C(-6; -5)$ des points.

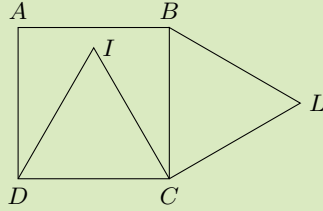
- Calculez les coordonnées du milieu P de $[AB]$.
- Calculez les coordonnées des points S et T définis par $\overrightarrow{BS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ et $5\overrightarrow{CT} = 4\overrightarrow{CA}$.
- Le point P est-il sur la droite (ST) ?

Exercice 18. 🐛

Soient $ABCD$ un carré, BCL et DIC des triangles équilatéraux tels que sur la figure ci-contre.

Nous souhaitons établir l'alignement des points A , I et L .

Pour cela considérons le repère orthonormé $(D; C; A)$.



1. Donnez sans justification les coordonnées de D , C , A et B .
2. Déterminez les coordonnées de I et L .
3. Calculez les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AI} et \overrightarrow{AL} .
4. Démontrez l'alignement des points A , I et L .

Exercice 19. 🐛

Soient $M(7; 3)$, $N(-3; 1)$, $C(0; 5)$ et $E(3; 9)$ des points du plan.

1. Montrez que le quadrilatère $MNCD$ est un trapèze.
2. Montrez que E est le point d'intersection de (NC) et (MD) .
3. Soient J et K les milieux respectivement de $[NM]$ et $[CD]$. Calculez les coordonnées de J et K .
4. Montrez que E , J et K sont alignés.

Exercice 20. 🐛

Soient $A(3; 4)$, $B(1; 1)$, $C(6; -2)$ et $D(8; 1)$ des points, I le milieu de $[BC]$, et E et F les points définis par :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}.$$

1. Calculez les coordonnées de I , E et F .
2. (a) Les vecteurs \overrightarrow{BE} et \overrightarrow{IF} sont-ils colinéaires?
(b) Qu'en déduisez-vous concernant les droites (BE) et (IF) ?
3. Montrez que $ABCD$ est un parallélogramme.
4. (a) Calculez la norme du vecteur \overrightarrow{AC} .
(b) $ABCD$ est-il un rectangle?
5. Les points I , F et D sont-ils alignés?

Exercice 21.

Soit $ABCD$ un trapèze tel que $\overrightarrow{CD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

Les points I et J sont les milieux de $[AC]$ et de $[BD]$. On se propose de montrer que $(AB) \parallel (IJ)$.

1. Complétez : $\overrightarrow{IJ} = \dots + \overrightarrow{AB} + \dots$ et $\overrightarrow{IJ} = \dots + \overrightarrow{CD} + \dots$.
2. Déduisez-en : $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$.
3. Trouvez k tel que $\overrightarrow{IJ} = k\overrightarrow{AB}$ et concluez.