Vecteurs colinéaires.

I Définition.

II Caractérisation.

Exercice 1.

Déterminez si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\-4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-12\\8\end{pmatrix}$.

b) $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{2}-1\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\\sqrt{2}+1\end{pmatrix}$.

c) $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$.

d) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x\\3\end{pmatrix}$ où $x \in \mathbb{R}$.

Correction de l'exercice 1

a) Clairement en considérant les coordonnées des vecteurs nous remarquons une proportionnalité : $\vec{v} = -2\vec{u}$. Et donc ♡

$$\boxed{\vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont colinéaires.}}$$

b) Montrons que $\vec{v}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires. ♡

$$\begin{aligned}
\det(\vec{u};\vec{v}) &= \begin{vmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \end{vmatrix} \\
&= \begin{vmatrix} \sqrt{2}-1 & 1 \\ 1 & \sqrt{2}+1 \end{vmatrix} \\
&= \left(\sqrt{2}-1\right) \times \left(\sqrt{2}+1\right) - 1 \times 1 \\
&= \sqrt{2} \times \sqrt{2} + \sqrt{2} \times 1 + (-1) \times \sqrt{2} + (-1) \times 1 - 1 \\
&= \sqrt{2}^2 + \sqrt{2} - \sqrt{2} - 2 \\
&= 2 - 2 \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont colinéaires.}}$$

c) Déterminons si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. ♡

$$\begin{aligned}\det(\vec{u};\vec{v}) &= \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 3\times 2 - 4\times(-1) \\ &= 11 \\ &\neq 0\end{aligned}$$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

d) Déterminons l'ensemble des x tels que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

Soit $x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned}\det(\vec{u},\vec{v}) = 0 &\iff \begin{vmatrix} 1 & x \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 0 \\ &\iff 1\times 3 - 2\times x = 0 \\ &\iff -2x + 3 = 0 \\ &\iff -2x + 3 - 3 = 0 - 3 \\ &\iff -2x = -3 \\ &\iff \frac{-2x}{-2} = \frac{-3}{-2} \\ &\iff x = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

$\vec{u}$ et$\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $x = \frac{3}{2}$.

Exercice 2. ⚽

Donnez deux vecteurs colinéaires à $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Correction de l'exercice 2

$\vec{v}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} 12 \\ -12 \end{pmatrix}$.

Exercice 3. ⚽

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix} -8 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 7 \\ 11 \end{pmatrix}$.

Calculez le déterminant de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ puis dites si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Correction de l'exercice 3

$\det(\vec{u};\vec{v}) = -101 \neq 0$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

Exercice 4.

Déterminez si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\21\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\21\end{pmatrix}$.

b) $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\12\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}12\\3\end{pmatrix}$.

c) $\vec{u}\begin{pmatrix}\dfrac{7}{4}\\\dfrac{2}{7}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\4\end{pmatrix}$.

d) $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\dfrac{1}{5}\\\dfrac{3}{5}\end{pmatrix}$.

e) $\vec{u}\begin{pmatrix}-10\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}15\\-6\end{pmatrix}$.

f) $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}21\\28\end{pmatrix}$.

Correction de l'exercice 4

a) $\vec{u} = 1 \cdot \vec{v}$ donc colinéaires.

b) $\det(\vec{u},\vec{v}) = -135$ donc non colinéaires.

c) $\det(\vec{u},\vec{v}) = \frac{48}{8}$ donc non colinéaires.

d) $\det(\vec{u},\vec{v}) = 0$ donc colinéaires.

e) $\det(\vec{u},\vec{v}) = 0$ donc colinéaires.

f) $\det(\vec{u},\vec{v}) = 0$ donc colinéaires.

Exercice 5.

Déterminez si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et si c'est le cas précisez l'égalité les reliant.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\-8\end{pmatrix}$.

b) $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}9\\6\end{pmatrix}$.

c) $\vec{u}\begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}15\\-9\end{pmatrix}$.

d) $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\12\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\18\end{pmatrix}$.

e) $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$.

f) $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{5}{9}\\-\frac{5}{6}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}11\\-15\end{pmatrix}$.

g) $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{5}-1\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\\sqrt{5}+1\end{pmatrix}$.

Correction de l'exercice 5

a) $-2\vec{u} = \vec{v}$.

b) $\frac{3}{2}\vec{u} = \vec{v}$.

c) $-3\vec{u} = \vec{v}$.

d) $\frac{3}{2}\vec{u} = \vec{v}$.

e) $\frac{3}{2}\vec{u} = \vec{v}$.

f) Non colinéaires.

g) $\frac{-4}{\sqrt{5}-1}\vec{u} = \vec{v}$.

Exercice 6. ⚽

Déterminez un réel μ de sorte que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\mu\\2\end{pmatrix}$.

b) $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\\mu\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\\frac{1}{3}\end{pmatrix}$.

Exercice 7. ☯

Soients $A(-10;7)$, $B(-20;10)$, $C(5;-2)$ et $D(10;-8)$ des points du plan.
$\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DB}$ sont-ils colinéaires ?

Correction de l'exercice 7

Démontrons que $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DB}$ sont colinéaires.

Les coordonnées de $\overrightarrow{AC}$ sont $\begin{pmatrix}x_C - x_A\\y_C - y_A\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5-(-10)\\-2-7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}15\\-9\end{pmatrix}$.

De même $\overrightarrow{DB}\begin{pmatrix}-30\\18\end{pmatrix}$.

Clairement $\overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{AC}$.

$\boxed{\overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{DB} \text{ sont colinéaires.}}$

Exercice 8. ⚽

Soient les points $C(0;4)$, $D(2;7)$, $E(8;17)$ et $F(16;29)$.

1. Montrez que $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires.
2. $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 9. ☢

Soient $E(1;1)$, $F(6;4)$ et G d'abscisse 8 des points. Sachant que $\overrightarrow{FG}$ est colinéaire au vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-3\end{pmatrix}$.

Correction de l'exercice 9

$\lambda\overrightarrow{FG} = \vec{u}$. Donc

$$\begin{cases}\lambda 2 = 5\\ \lambda(y_G - 4) = -3\end{cases}$$

D'où $\lambda = \frac{5}{2}$ puis $y_G = -3 \times \frac{2}{5} + 4 = \frac{14}{5}$.

III Parallélisme.

Exercice 10. ☯

Soient $A(-4;-3)$, $B(8;1)$, $C(4{,}4)$ et $D(-2;2)$ des points du plan.
Étudiez la position relative de (AB) et (CD).

Correction de l'exercice 10

Étudier la position relative de deux droites du plan consiste à dire si elle sont parallèles ou sécantes (*i.e.* un unique pont d'intersection). Nous peaufinerons la réponse apportée à cette question dans la leçon sur les droites mais pour l'instant la réponse à cette question est soit « les droites sont parallèles » soit « les droites sont sécantes ».

Déterminons la position relative de (AB) et (CD).

$(AB) \parallel (CD)$ si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 8-(-4) \\ 1-(-3) \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix}$.

De même $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}$

Clairement $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Autrement dit $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Ce qui équivaut encore à dire

$$\boxed{(AB) \text{ et } (CD) \text{ sont parallèles.}}$$

Exercice 11. ⚽

Déterminez la position relative des droites (AB) et (MN).

a) $A(1;2)$, $B(5;8)$, $M(0;-1)$ et $N(5;6)$.

b) $A(3;-10)$, $B(15;5)$, $M(1;1)$ et $N(17;21)$.

Correction de l'exercice 11

1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$. $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{MN}\right) \neq 0$. Donc : $(AB) \nparallel (MN)$.
2. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 12 \\ 15 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} 16 \\ 20 \end{pmatrix}$. $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{MN}\right) = 0$. Donc : $(AB) \parallel (MN)$.

IV Alignement de trois points.

Exercice 12. ☯

Soient $A(-2;3)$, $B(2;1)$ et $C(4;0)$ dans un repère du plan muni d'un repère $(O:\vec{i},\vec{j})$.
Démontrez que A, B et C sont alignés.

Exercice 13.

Déterminez si les points A, B et C sont alignés.

a) $A(2;13)$, $B(-2;-7)$ et $C(11;58)$.

b) $A(9;20)$, $B(2;-1)$ et $C(25;71)$.

Exercice 14.

Déterminez si le point M appartient à la droite (EF).

a) $E(5;-3)$, $F(-3;3)$ et $M(15;-9)$.

b) $E(0;-7)$, $F(1;0)$, $M(2;7)$.

Correction de l'exercice 14

1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-20\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}13\\65\end{pmatrix}$.

$$\begin{aligned}\det(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{BC}) &= \begin{vmatrix}\sqrt{2}-4 & 13\\ -20 & 65\end{vmatrix}\\ &= -4\times 65 - 13\times(-20)\\ &= 0\end{aligned}$$

Ainsi $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires et donc :

A, B et C sont alignés.

V Exercices.

Exercice 15.

Déterminez tous les nombres x tels que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x\\10\end{pmatrix}$.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1+x\\2x\end{pmatrix}$.

Correction de l'exercice 15

1. Le résultat est immédiat en remarquant que $y_v = 2xy_u$ donc nécessairement $x_v = 2x_u = 2\times 1 = 2$.

   Déterminons x.

   $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si

$$\det(\vec{u};\vec{v}) = 0$$

ce qui équivaut successivement à :

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & x \\ 5 & 10 \end{vmatrix} &= 0 \\ 1 \times 10 - 5 \times x &= 0 \\ 10 - 5x &= 0 \end{aligned}$$

Nous reconnaissons une équation linéaire du premier degré que nous allons résoudre en travaillant par équivalences successives.

$$\begin{aligned} 10 - 5x - 10 &= 0 - 10 \\ -5x &= -10 \\ \frac{-5x}{-5} &= \frac{-10}{-5} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $x = 2$.

2. De même

$$\begin{aligned} 2 \times (2x) - 3 \times (1 + x) &= 0 \\ 4x - 3 - 3x &= 0 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Exercice 16. ⚽

On considère les points $E(5;-1)$, $F(-1;4)$, $G(7;2)$ et $M(1;y)$ où y est un nombre réel.

1. Pour quelle valeur de y le point m appartient-il à (FG) ?
2. Pour quelles valeurs de y les droites (EF) et (GM) sont-elles parallèles ?

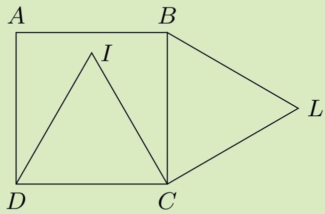
Exercice 17.

Soient $A(4;0)$, $B(0;7)$ et $C(-6;-5)$ des points.

1. Calculez les coordonnées du milieu P de $[AB]$.
2. Calculez les coordonnées des points S et T définis par $\overrightarrow{BS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ et $5\overrightarrow{CT} = 4\overrightarrow{CA}$.
3. Le point P est-il sur la droite (ST) ?

Exercice 18.

Soient $ABCD$ un carré, BCL et DIC des triangles équilatéraux tels que sur la figure ci-contre.
Nous souhaitons établir l'alignement des points A, I et L.
Pour cela considérons le repère orthonormé $(D; C; A)$.



1. Donnez sans justification les coordonnées de D, C, A et B.
2. Déterminez les coordonnées de I et L.
3. Calculez les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AL}$.
4. Démontrez l'alignement des points A, I et L.

Exercice 19.

Soient $M(7;3)$, $N(-3;1)$, $C(0;5)$ et $E(3;9)$ des points du plan.

1. Montrez que le quadrilatère $MNCD$ est un trapèze.
2. Montrez que E est le point d'intersection de (NC) et (MD).
3. Soient J et K les milieux respectivement de $[NM]$ et $[CD]$. Calculez les coordonnées de J et K.
4. Montrez que E, J et K sont alignés.

Exercice 20.

Soient $A(3;4)$, $B(1;1)$, $C(6;-2)$ et $D(8;1)$ des points, I le milieu de $[BC]$, et E et F les points définis par :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}.$$

1. Calculez les coordonnées de I, E et F.
2. (a) Les vecteurs $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{IF}$ sont-ils colinéaires ?
   (b) Qu'en déduisez-vous concernant les droites (BE) et (IF) ?
3. Montrez que $ABCD$ est un parallélogramme.
4. (a) Calculez la norme du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
   (b) $ABCD$est -il un rectangle ?
5. Les points I, F et D sont-ils alignés ?

Correction de l'exercice 20

1. * Déterminons les coordonnées de I.

   Puisque I est le milieu de $[BC]$:

$$\begin{aligned} x_I &= \frac{x_B + x_C}{2} \\ &= \frac{1+6}{2} \\ &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

De même : $y_I = -\frac{1}{2}$.

$$\boxed{I\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right).}$$

* Déterminons les coordonnées de E.

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6-3 \\ -2-4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$.

D'où : $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \times 3 \\ \frac{1}{3} \times (-6) \end{pmatrix}$ *i.e.* $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

De même : $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} x_E - 3 \\ y_E - 4 \end{pmatrix}$.

De $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ nous déduisons donc

$$\begin{cases} x_E - 3 = 1 \\ y_E - 4 = -2 \end{cases}$$

Ce qui équivaut successivement à :

$$\begin{cases} x_E - 3 + 3 = 1 + 3 \\ y_E - 4 + 4 = -2 + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_E = 4 \\ y_E = 2 \end{cases}$$

$$\boxed{E(4; 2).}$$

* De même qu'au point précédent

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_F - 6 = \frac{1}{3}(3-6) \\ y_F - (-2) = \frac{1}{3}(4 - (-2)) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 5 \\ y_F = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\boxed{F(5; 0).}$$

2. (a) Démontrons que $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{IF}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{IF}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ donc

$$\begin{aligned}\det\left(\overrightarrow{BE};\overrightarrow{IF}\right) &= \begin{vmatrix}3 & \frac{3}{2}\\1 & \frac{1}{2}\end{vmatrix}\\ &= 3\times\frac{1}{2} - 1\times\frac{3}{2}\\ &= 0\end{aligned}$$

$$\boxed{\overrightarrow{BE} \text{ et } \overrightarrow{IF} \text{ sont colinéaires.}}$$

(b) Nous déduisons de la question précédente que :

$$\boxed{(BE) \parallel (IF).}$$

3. Démontrons que $ABCD$ est un parallélogramme.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Par conséquent :

$$\boxed{ABCD \text{ est un parallélogramme.}}$$

4. (a) Calculons $||\overrightarrow{AC}||$.

La formule pour la distance euclidienne est la même que celle pour la norme du vecteur. Par contre comme le repère n'est pas orthonormé la norme ne correspond pas forcément à une longueur.

$$\begin{aligned}||\overrightarrow{AC}|| &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}\\ &= \sqrt{(6-3)^2 + (-2-4)^2}\\ &= \sqrt{45}\\ &= \sqrt{3^2\times 5}\\ &= \sqrt{3^2}\times\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\boxed{||\overrightarrow{AC}|| = 3\sqrt{5}.}$$

(b) Nous ne pouvons pas répondre à cette question car le repère n'étant a priori pas orthonormé nous ne pouvons pas établir la présence d'angle droit ou d'égalité de longueur (diagonales).

Si nous supposons que le repère est orthonormé alors, comme $||\overrightarrow{BD}|| = 9$, nous pouvons affirmer que les diagonales du parallélogramme $ABCD$ ne sont pas de même longueur donc ce n'est pas un rectangle.

5. Démontrons que les points I, F et D sont alignés.

Ils sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{IF}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{IF}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}$ donc

$$\begin{aligned}\det\left(\overrightarrow{IF};\overrightarrow{DF}\right) &= \begin{vmatrix}\frac{3}{2} & -3\\\frac{1}{2} & -1\end{vmatrix}\\ &= \frac{3}{2}\times(-1)-\frac{1}{2}\times(-3)\\ &= 0\end{aligned}$$

Donc $\overrightarrow{IF}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont colinéaires.
Et par conséquent

$$\boxed{I,\ F \text{ et } D \text{ sont alignés.}}$$

Exercice 21.

Soit $ABCD$ un trapèze tel que $\overrightarrow{CD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.
Les points I et Jsont les milieux de $[AC]$ et de $[BD]$. On se propose de montrer que $(AB) \parallel (IJ)$.

1. Complétez : $\overrightarrow{IJ} = \cdots + \overrightarrow{AB} + \ldots$ et $\overrightarrow{IJ} = \cdots + \overrightarrow{CD} + \ldots$.
2. Déduisez-en : $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\right)$.
3. Trouvez k tel que $\overrightarrow{IJ} = k\overrightarrow{AB}$ et concluez.