

Vecteurs (introduction par les coordonnées).

Vecteurs du plan et déplacements (translations).

EXERCICE 1. Déterminez $x, y \in \mathbb{R}$ de sorte que $\vec{u} = \vec{v}$.

a) $\vec{u} \begin{pmatrix} x+2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -4 \\ 2y+3 \end{pmatrix}$.

b) $\vec{u} \begin{pmatrix} -2x+5 \\ 3y-5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 12 \\ -12y+4 \end{pmatrix}$.

c) $\vec{u} \begin{pmatrix} 3x^2+x+7 \\ \frac{2}{y} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x-10 \\ \frac{4}{y+1} \end{pmatrix}$.

d) $\vec{u} \begin{pmatrix} x^2 \\ y+x \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 144 \\ 3y-4 \end{pmatrix}$.

EXERCICE 2.

1. Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

(a) Le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées :

a) $\begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$.

b) $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

c) $\begin{pmatrix} 1 \\ 12 \end{pmatrix}$.

d) $\begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix}$.

(b) Le vecteur $-2\vec{u}$ a pour coordonnées :

a) $\begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix}$.

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix}$.

c) $\begin{pmatrix} -4 \\ -10 \end{pmatrix}$.

d) $\begin{pmatrix} -4 \\ 10 \end{pmatrix}$.

2. Calculez les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$ si

a) $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$.

EXERCICE 3. Soient $A(-2;1)$ et $B(2;4)$. Dans chacun des cas suivants, calculez x et y pour que B soit l'image du point A par la translation de vecteur $\vec{u}$.

a) $\vec{u} \begin{pmatrix} 2x \\ -y \end{pmatrix}$.

b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 1-x \\ 2+y \end{pmatrix}$.

c) $\vec{u} \begin{pmatrix} y \\ x-y \end{pmatrix}$.

Vecteur opposé.

Base du plan.

Norme de vecteur.

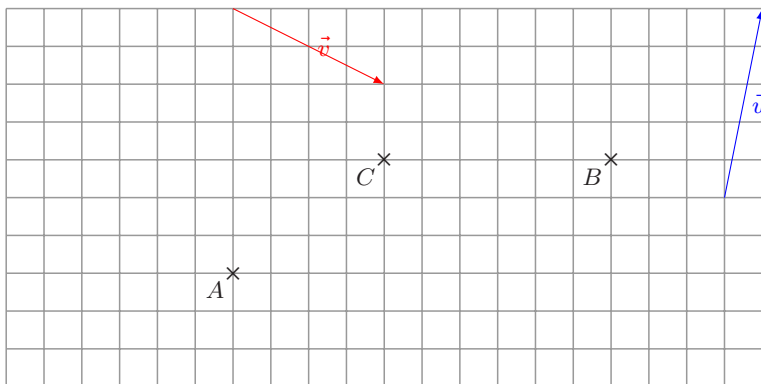
EXERCICE 4. Calculez la norme des vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Vecteur position.

Représentant d'un vecteur.

EXERCICE 5. On considère les points $A(-1;2)$, $B(1;4)$ et $C(x,6)$ dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Déterminez le réel x tel que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ soient égaux.

EXERCICE 6.



Tracez dans chaque cas.

- Le point F tel que $ACBF$ soit un parallélogramme.
- Le point G tel que $ABCG$ soit un parallélogramme.
- Le représentant de $\vec{u}$ d'origine A .
- Le représentant de $\vec{u}$ d'extrémité B .
- L'image D de B par la translation de vecteur $\vec{v}$.
- Le point E dont C est l'image par la translation de vecteur $\vec{v}$.
- Le représentant de $\vec{AC}$ d'extrémité B .
- Le représentant de $\vec{CB}$ d'origine A .

EXERCICE 7. On considère les points $A(3, -4)$, $B(2, 1)$ et $C(5, 6)$ dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Déterminez les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

EXERCICE 8. Soient $t_{\vec{u}}$ une translation de vecteur $\vec{u}$, A et B des points, C et D leurs images respectives par la translation $t_{\vec{u}}$. Démontrez que $ABDC$ est un parallélogramme.

EXERCICE 9. Soient $t_{\vec{u}}$ une translation de vecteur $\vec{u}$, M et P des points, N l'image de M par la translation $t_{\vec{u}}$, Q un point tel que $MNQP$ soit un parallélogramme. Démontrez que $\vec{PQ} = \vec{u}$.

EXERCICE 10. On considère un parallélogramme $RSTU$ de centre O . On note F l'image du point S par la translation de vecteur $\vec{UT}$ et E l'image de F par la translation de vecteur $\vec{RU}$. Démontrez que $RSET$ est un parallélogramme.

EXERCICE 11. Soient $ABCD$ un parallélogramme et S et V des points tels que $\vec{AV} = 2\vec{AB}$ et $\vec{CS} = 2\vec{CD}$. Montrez que les segments $[VS]$ et $[AC]$ ont le même milieu.

EXERCICE 12. Soit $ABCD$ un parallélogramme. On désigne par E et F les images respectives de B et de D par la translation de vecteur $\vec{AC}$. Démontrez que C est le milieu des segments $[DE]$ et $[BF]$.

EXERCICE 13. On considère les points $M(x-1, 2)$, $A(-1, y-5)$, $T(0, -2)$ et $H(4, 3)$ dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- Donnez les coordonnées des vecteurs $\vec{MA}$ et $\vec{HT}$.
- Calculez x et y tels que $MATH$ soit un parallélogramme.

EXERCICE 14. On considère les points $L(2x, -3)$, $A(2, y)$, $D(x, 0)$ et $Y(-x, -2)$ dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- Donnez les coordonnées des vecteurs $\vec{LA}$ et $\vec{YD}$.
- Calculez x et y tels que $LADY$ soit un parallélogramme.

EXERCICE 15. On considère les points $A(2;3)$, $B(6;1)$ et $C(-1, -3)$ dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculez les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Calculez les coordonnées du point D image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
3. Démontrez que le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme.
4. Calculez les valeurs exactes de longueurs AD et BC . Que pouvez-vous en déduire pour $ABDC$?

EXERCICE 16. En choisissant des points judicieux complétez.

- | | | |
|---|--|---|
| a) $\overrightarrow{AB} + \dots = \overrightarrow{AE}$ | b) $\overrightarrow{G\dots} + \overrightarrow{B\dots} = \overrightarrow{GI}$ | c) $\overrightarrow{\dots B} + \overrightarrow{B\dots} = \overrightarrow{CG}$ |
| d) $\overrightarrow{BE} + \dots = \overrightarrow{BD}$ | e) $\overrightarrow{BE} + \dots F = \overrightarrow{B\dots}$ | f) $\overrightarrow{B\dots} + \dots A = \overrightarrow{BA}$ |
| g) $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{G\dots} = \overrightarrow{B\dots}$ | h) $\overrightarrow{\dots E} + \overrightarrow{E\dots} = \overrightarrow{BC}$ | i) $\overrightarrow{A\dots} + \overrightarrow{B\dots} = \overrightarrow{AC}$ |
| j) $\overrightarrow{O\dots} + \overrightarrow{M\dots} = \overrightarrow{\dots P}$ | k) $\overrightarrow{A\dots} + \overrightarrow{D\dots} + \overrightarrow{M\dots} = \overrightarrow{AG}$ | |

EXERCICE 17. Simplifiez les expressions suivantes (grâce notamment à la relation de Chasles).

- | | | |
|--|--|--|
| a) $\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{CG}$. | b) $\overrightarrow{GE} - \overrightarrow{IE} + \overrightarrow{CG}$. | c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GE} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EI} + \overrightarrow{CG}$. |
| d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$. | e) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$. | f) $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AB}$. |

EXERCICE 18. Démontrez.

- | | |
|--|--|
| a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$. | b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$. |
| c) $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CD}$. | d) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD} = \vec{0}$. |
| e) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$. | f) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$. |

EXERCICE 19. Soient A , B et C trois points du plan tels que : $3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

1. Réalisez une figure.
2. En remarquant que le vecteur $\overrightarrow{AC}$ peut s'écrire $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, exprimez le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{BC}$ en justifiant la réponse.

EXERCICE 20. Soient ABC un triangle quelconque, I le milieu de $[AB]$, I' l'image de I par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$, A' l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{I'I}$.

Démontrez que $A'BCA$ est un parallélogramme puis en déduire que $\overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{IC}$.

EXERCICE 21. On considère un parallélogramme $EURO$. On définit les points A , B , C et D par : $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{RO}$, $\overrightarrow{BR} = \overrightarrow{RU}$, $\overrightarrow{RC} = \overrightarrow{EU}$ et $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{UR}$.

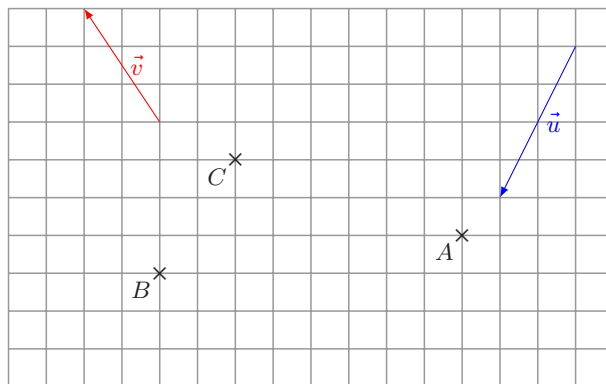
1. Démontrez que O est le milieu du segment $[AB]$.
2. Démontrez que $ABCD$ est un parallélogramme.

EXERCICE 22. On considère les points $A(-2;3)$, $B(1;4)$ et $C(4, -5)$ dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Dans chaque cas donnez les coordonnées (x,y) du points M .

- a) $ABCM$ est un parallélogramme.
- b) M est le symétrique de C par rapport au point B .

EXERCICE 23. On considère un triangle ABC . I et J sont les milieux respectifs de $[AB]$ et de $[AC]$. D est le symétrique de C par rapport à I et E est le symétrique de B par rapport à J . Montrez que A est le milieu du segment $[DE]$.

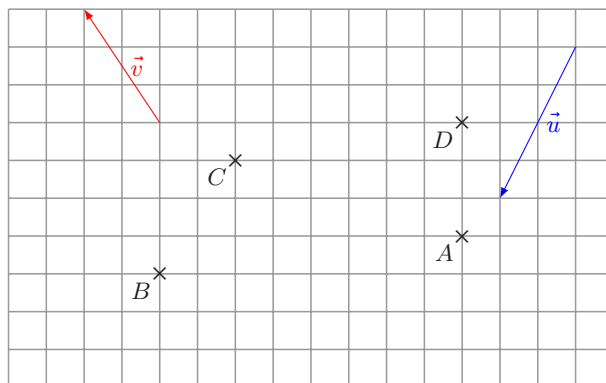
EXERCICE 24.



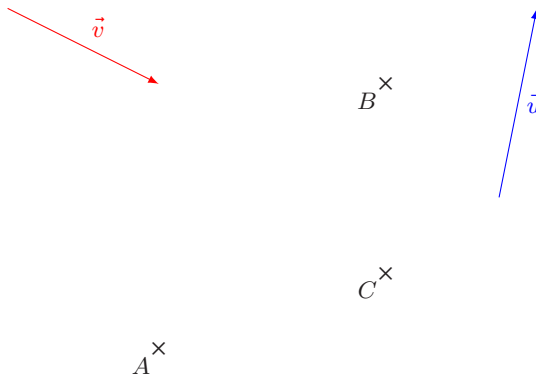
Tracez dans chaque cas.

- Le point F tel que $ACBF$ soit un parallélogramme.
- Le point G tel que $BACG$ soit un parallélogramme.
- Le représentant de $\vec{u}$ d'origine A .
- Le représentant de $\vec{u}$ d'extrémité B .
- L'image D de B par la translation de vecteur $\vec{v}$.
- Le point E dont C est l'image par la translation de vecteur $\vec{v}$.
- Le représentant de $\overrightarrow{AC}$ d'extrémité B .
- Le représentant de $\overrightarrow{CB}$ d'origine A .

EXERCICE 25. Dessinez les vecteurs $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$, $\vec{u} + \vec{v}$ et $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$.



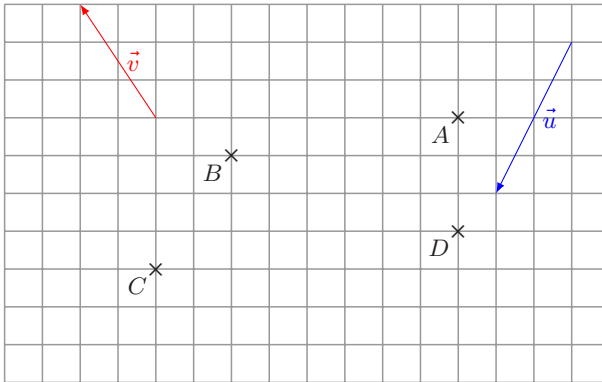
EXERCICE 26.



Tracez dans chaque cas.

- Le point F tel que $ACBF$ soit un parallélogramme.
- Le point G tel que $ABCG$ soit un parallélogramme.
- Le représentant de $\vec{u}$ d'origine A .
- Le représentant de $\vec{u}$ d'extrémité B .
- L'image D de B par la translation de vecteur $\vec{v}$.
- Le point E dont C est l'image par la translation de vecteur $\vec{v}$.
- Le représentant de $\overrightarrow{AC}$ d'extrémité B .
- Le représentant de $\overrightarrow{CB}$ d'origine A .

EXERCICE 27. Dessinez les vecteurs $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$ et $\vec{u} + \vec{v}$.



EXERCICE 28. Soient EDF un triangle rectangle en D tel que $ED = 6$ cm et $DF = 4,5$ cm, I et J les milieux respectifs de $[ED]$ et $[DF]$, G et H les images respectives de F et I par la translation de vecteur $\overrightarrow{JI}$.

- Quelle conjecture peut-on émettre pour le point G ?
- Quelle est la nature de $DJEH$?

Exercices.

EXERCICE 29. Dessinez deux points A et B distincts puis placez les points M , N et P tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{NA} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BP} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

EXERCICE 30. Soient A et B deux points distincts, I le milieu du segment $[AB]$.

Dans chaque cas déterminez le réel λ tel que : $\overrightarrow{AI} = \lambda \overrightarrow{AB}$ puis $\overrightarrow{BI} = \lambda \overrightarrow{AB}$.

EXERCICE 31. Soient A et B deux points du plan distants de 6 unités de longueur (choisissez deux unités de longueur par centimètre).

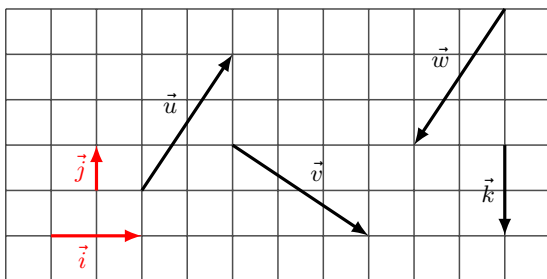
- Construisez le point L tel que $\overrightarrow{BL} = \frac{5}{2} \overrightarrow{AB}$.
 - Construisez le point K tel que $\overrightarrow{AK} = -\frac{4}{3} \overrightarrow{AB}$.
- En remarquant que le vecteur $\overrightarrow{LK}$ peut s'écrire $\overrightarrow{LB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK}$, établissez une relation entre les vecteurs $\overrightarrow{LK}$ et $\overrightarrow{AB}$.
 - Déduisez-en la longueur LK en unités de longueur.

EXERCICE 32. Soit $MNPQ$ un parallélogramme. On définit le point R tel que $\overrightarrow{QR} = \frac{3}{4} \overrightarrow{MN}$ et le point S tel que $\overrightarrow{MS} = -\frac{4}{3} \overrightarrow{MQ}$.

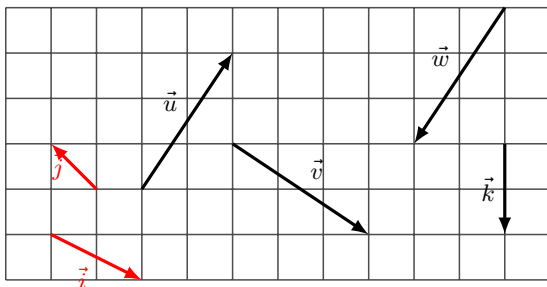
- Réalisez une figure.
- En remarquant que le vecteur $\overrightarrow{MR}$ peut s'écrire $\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QR}$, montrez que $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MQ} + \frac{3}{4} \overrightarrow{MN}$.
 - En remarquant que le vecteur $\overrightarrow{NS}$ peut s'écrire $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MS}$, montrez que $\overrightarrow{NS} = -\overrightarrow{MN} - \frac{4}{3} \overrightarrow{MQ}$.
 - Déduisez-en une relation entre les vecteurs $\overrightarrow{MR}$ et $\overrightarrow{NS}$.

EXERCICE 33. Soient ABC un triangle rectangle en A et I est le milieu de l'hypoténuse. On appelle A' le symétrique de A par rapport à I , B' et C' les images de B et C dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AI}$. Démontrez que A' est le milieu de $[B'C']$.

EXERCICE 34. Exprimez les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{k}$ comme combinaisons linéaires des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$.



EXERCICE 35. Exprimez les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{k}$ comme combinaisons linéaires des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$.



EXERCICE 36. Donnez les coordonnées du vecteur dans la base $(\vec{a}, \vec{b})$.

1. $\vec{u} = \vec{b} - 7\vec{a}$.
2. $\vec{v} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 7\vec{a} + 4\vec{a}$.
3. $\vec{w} = 2\vec{AB} - 3\vec{CD}$ où $\vec{AB} = \vec{a} + \vec{b}$ et $\vec{CD} = -2\vec{b} + 5\vec{a}$

EXERCICE 37. Soient $A(-2; 1)$, $B(2; 4)$, $C(3; 0)$ et $D(-1; -3)$ des points du plan muni d'un repère.

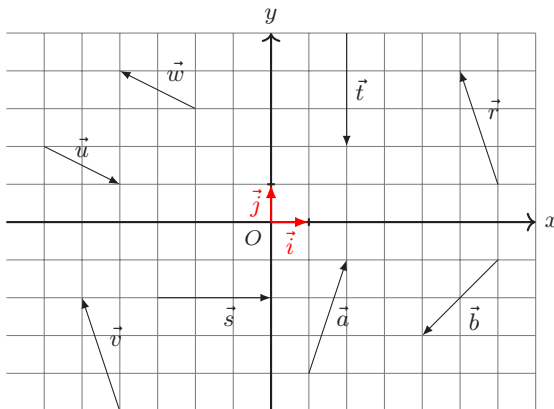
Démontrez que $ABCD$ est un parallélogramme.

EXERCICE 38. Soient $A(-3; 3)$, $B(2; 5)$, $C(4; 0)$ et $D(-1; -2)$ dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Démontrez que $ABCD$ est un parallélogramme.
2. Calculez AC et BD .
3. Qu'en déduisez-vous sur $ABCD$?

EXERCICE 39.

Lisez les coordonnées des vecteurs représentés ci-contre et indiquez ceux qui sont égaux.



EXERCICE 40. Soient $A(7; -3)$, $B(3; 2)$ et $C(-5; -4)$ des points du plan muni d'un repère.

Déterminez les coordonnées du point $D(x_D; y_D)$ qui vérifie $\vec{AB} = \vec{CD}$.

EXERCICE 41. Soient $A(2; -3)$ et $B(-1; 4)$ deux points dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Calculez $\|\vec{AB}\|$.

EXERCICE 42. Exercices 54 page 188, 56 page 189 du [manuel Lelivrescolaire](#).

EXERCICE 43. Exercices 57 et 58 page 189 du [manuel Lelivrescolaire](#).

EXERCICE 44. Dans un repère on considère les points : $A(-2; 1)$, $B(3; 4)$ et $C(-5; 2)$.

Calculez les coordonnées du point M tel que $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$.

EXERCICE 45. Soit les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$.

1. Calculez $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$.
2. Calculez les coordonnées $\vec{u} + \vec{v}$.
3. Montrez que $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 5$.

EXERCICE 46. Soient les points $A(-2; 1)$, $B(4; 2)$ et $C(2; 4)$.

1. (a) Montrez que les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ sont $(6; 1)$.
(b) Calculez les coordonnées du vecteur $\vec{AC}$.
(c) Calculez les coordonnées du vecteur $\vec{AB} + \vec{AC}$.

2. (a) Placez les points dans un repère orthonormé et dessinez le représentant d'origine A du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
- (b) Vérifiez le résultat de la question 1.(c).

EXERCICE 47. Déterminez les coordonnées de $-7\vec{u}$ sachant que $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$.

EXERCICE 48. Les questions sont indépendantes les unes des autres (sauf les deux dernières).

1. Soient $\vec{u}(2, -1)$ et $\vec{v}(1; 2)$.
 - (a) Calculez les coordonnées de $3\vec{u}$ et $2\vec{v}$.
 - (b) Calculez les coordonnées de $3\vec{u} + 2\vec{v}$.
2. Soient $\vec{u}(5; 1)$ et $\vec{v}(2; -3)$. calculez les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$, $2\vec{u}$, $-3\vec{v}$ et $2\vec{u} - 3\vec{v}$.
3. Soient $\vec{u}(0; -1)$, $\vec{v}(3; 4)$ et $\vec{w}(8; -6)$. Calculez la norme de chacun des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.
4. Soient $\vec{u}(0; 5)$ et $\vec{v}(4; -2)$.
 - (a) Calculez la norme de chacun des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
 - (b) Calculez les coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.
 - (c) Montrez que $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 5$.
5. Dites en justifiant si la proposition suivante est vraie : « Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$ ».

EXERCICE 49. Soient $A(-1; -2)$, $B(5; -1)$, $C(6; 3)$ et $D(0; 2)$ des points considérés dans un repère du plan.

1. Faites un figure.
2. Construisez le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.
3. Déterminez les coordonnées de E .
4. Démontrez que $\overrightarrow{BE} = -\overrightarrow{BC}$.
5. Que pouvez-vous en déduire ?

EXERCICE 50. Soient ABC un triangle et K , L et M les milieux respectifs de $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.

1. Démontrez que $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{BM}$.
2. Déduisez-en $\overrightarrow{BC}$ en fonction de $\overrightarrow{KL}$.

EXERCICE 51. Soient ABC un triangle, D et E des points tels que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{ED} = 2\overrightarrow{BC}$.

Faites une figure puis démontrez que C est le milieu du segment $[AD]$.

EXERCICE 52. Soient $ABCD$ un carré non trivial (non réduit à un point), E le symétrique de A par rapport à B et I le milieu de $[BC]$.

1. Faites un croquis à main levé.
2. Justifiez que $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ est un repère orthonormé du plan.
3. Déterminez les coordonnées des différents points de la figure puis montrez que I est le milieu de $[DE]$.
4. Démontrez ce résultat sans utiliser de repère.

EXERCICE 53. On considère un carré $ABCD$ non réduit à un point.

1. Justifiez que $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ est un repère du plan. Est-il orthonormé ?

- Justifiez que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ et en déduire les coordonnées du point C dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.
- On considère le point E symétrique de A par rapport à B et le point F symétrique de F par rapport à D .
Déterminez les coordonnées des points E et F dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.
- Que semble représenter le point C par rapport aux points E et F ? Démontrez le par au moins 3 méthodes différentes.

EXERCICE 54. Soient T , R et I trois points non alignés.

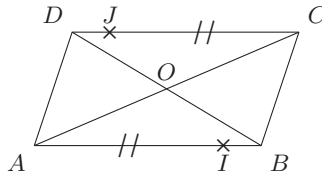
Les points U et V sont définis par : $\overrightarrow{IU} = \overrightarrow{IR} + \overrightarrow{TI}$ et $\overrightarrow{TV} = \overrightarrow{TI} + \overrightarrow{TR}$

- Faire une figure sur papier ou à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
- Que peut-on conjecturer?
- (a) Démontrer que $\overrightarrow{UV} = \overrightarrow{RI} + \overrightarrow{IT} + \overrightarrow{TR}$.
(b) Conclure.

EXERCICE 55. Soient T , R et I trois points non alignés. On définit les points A , B et C par : $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{RT} - \overrightarrow{IT}$, $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{TI}$ et $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{RI}$.

- Faire une figure sur papier ou à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
- Que peut-on conjecturer?
- (a) Démontrer que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB}$.
(b) En déduire une expression des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{RT}$ puis conclure.

EXERCICE 56. Soient $ABCD$ un parallélogramme de centre O , I un point du segment $[AB]$ distinct de A et de B . On désigne par J le point du segment $[CD]$ tel que : $CJ = AI$. On veut démontrer que O est le milieu du segment $[IJ]$.



- Méthode 1 : utilisation des configurations.
 - Démontrez que $AICJ$ est un parallélogramme.
 - Déduisez-en que O est le milieu de $[IJ]$.
- Méthode 2 : solution vectorielle.
 - Déterminez deux vecteurs égaux respectivement aux vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{OA}$.
 - Déduisez-en un vecteur égale au vecteur $\overrightarrow{OI}$.
- Méthode 3 : solution analytique.
 - On désigne par a l'abscisse du point I dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$. Quelles sont les coordonnées des points A , B , C , D , O et I dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$?
Déduisez-en les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CJ}$, puis celles du point J .
 - Démontrez que O est le milieu de $[IJ]$.

EXERCICE 57. Exercices 49 à 51 page 188 du [manuel Lelivrescolaire](#).

EXERCICE 58. Exercice 53 page 188 du [manuel Lelivrescolaire](#).