

EXERCICE 1.

1. Démontrez que $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$.
2. On considère un pavé droit dont la somme des aires des côtés est 22 cm^2 et la somme des longueurs des arêtes est 24 cm . Calculez la longueur d'une diagonale du parallélépipède.

EXERCICE 2. On rappelle que sur un dé à jouer la somme des nombres inscrits sur deux faces opposées est égale à 7. Cette condition est réalisée dans ce problème.

1. (a) On aligne deux dés en collant deux faces représentant le même nombre. Exemple de deux dés alignés et collés :



On convient que toutes les faces non collées sont accessibles à la vue (mais pas les deux identiques collées), quitte à tourner l'ensemble. On peut même voir les faces en dessous. Quelles sont les valeurs possibles de la somme S_2 des nombres apparaissant sur toutes les faces visibles (non collées entre elles) ?

- (b) On aligne trois dés en les collants comme sur cette image :



On aligne les trois dés de la même façon qu'à la question précédente : en collant l'une contre l'autre des faces portant le même nombre. Montrer que la somme S_3 des nombres apparaissant sur toutes les faces visibles (non collées entre elles) ne dépend pas des nombres cachés.

2. Maintenant on aligne k dés, de la gauche vers la droite, toujours en collant deux faces représentant le même nombre, l'une contre l'autre. Soit n le premier nombre caché en commençant par la gauche.
 - (a) Exprimer la somme des faces visibles des k dés, notée S_k , en fonction de n et de k . (On pourra distinguer deux cas en fonction de la parité de k).
 - (b) Peut-on avoir $S_k = 2016$ pour un k bien choisi ?
 - (c) Quelle est la prochaine année A pour laquelle on pourra avoir $S_k = A$ pour un k bien choisi ?

EXERCICE 3.