

Généralités sur les ensembles.

L'ensemble est un objet fondamental en mathématique car il sert à la construction de tous les autres objets. Cependant il est tant fondamental que sa construction relève d'un domaine très abstrait et très déroutant pour la plupart : la logique.

Ensembles.

Dans cette leçon nous parlerons d'ensembles. L'ensemble est un objet mathématique à part entière. Ce mot ne signifie pas ici que l'on considère simultanément plusieurs objets au sens du mot en français mais que l'on considère l'objet formé d'une collection d'objets. Nous nous contenterons de cette définition intuitive.

Définition 1. Les objets formant un ensemble E sont appelés des *éléments* de l'ensemble. Si e est un élément de E alors on note $e \in E$.

Remarques.

1. Cette dernière phrase nécessite de s'appliquer dans l'écriture manuscrite pour ne pas confondre les trois symboles e , \in et E .
2. Si f n'est pas un élément de E nous noterons : $f \notin E$.
3. Nous verrons plus tard des opérations ensemblistes, \cap et \cup , qui permettent d'effectuer des calculs avec les objets que sont les ensembles.
4. Si nous allons ici rencontrer des ensembles particuliers, une présentation possible d'un ensemble consiste à énumérer ses éléments en les écrivant entre accolades.
5. Il arrive qu'un ensemble F soit une partie d'un plus grand ensemble E (autrement dit tous les éléments de F sont aussi des éléments de E), dans ce cas on dit que F est *inclus dans* E et on note $F \subset E$. Un ensemble peut être vu comme un sac rempli d'objets.

Exemples.

1. $\{a; 1; P\}$ est un ensemble contenant 3 éléments. Si on note E cet ensemble alors : $a \in E$, $1 \in E$ et $P \in E$.
2. Une droite est un ensemble, infini de points.
3. Il y a des ensembles classiques de nombres qui sont omniprésents en mathématique. Voici une liste non exhaustive d'ensembles rencontrés au lycée : \mathbb{N} l'ensemble des entiers naturels, \mathbb{Z} l'ensemble des entiers (relatifs), \mathbb{D} l'ensemble des décimaux, \mathbb{Q} l'ensemble des nombres rationnels, $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ l'ensemble des nombres irrationnels, \mathbb{R} l'ensemble des nombres réels, \mathbb{C} l'ensemble des nombres complexes. Il existe d'autres ensembles de références que vous n'étudiez pas au lycée : \mathbb{H} l'ensemble des quaternions, $\mathcal{J}^2([0; 1])$ l'ensemble des applications deux fois dérivables et à dérivée second continues, $\mathbb{R}_2[X]$ l'ensemble des polynômes de degré deux à coefficients réels.
4. $[a, b]$

Définition 2. On appelle ensemble vide et on note \emptyset l'ensemble qui ne contient aucun élément.

Intervalle.

Définition 3. On appelle intervalle de nombres un ensemble de nombres réels sans trous : si $a < b$ sont des nombres d'un intervalle I alors tout nombre entre a et b est dans I .

Remarques.

1. Confer leçon sur les intervalles.

Inclusion.

Ensemble complémentaire.

Lien avec la négation

Stabilité des ensembles.

Union d'ensembles.

Lien avec ou

Intersection d'ensembles

Lien avec et

Cardinal d'un ensemble.

Différence ensembliste.

Des ensembles.

Sujet des olympiades.