Proportions.

mettre au propre.

Proportion.

Une proportion est un nombre qui représente un ratio c'est-à-dire un rapport de deux grandeurs de même nature.

Proportion: $\frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{6}$

Ratio: $2:3$ ou $4:6$

Proportionnalité:

3	6
2	4

Le tableau de proportionnalité regroupe des grandeurs qui sont dans un même ratio.

La proportion est le coefficient multiplicateur qui permet de passer de la première à la deuxième ligne du tableau de proportionnalité : $\frac{2}{3} \times 6 = 4$.

Exemples.

Exemples.

1. « Trois élèves sur cinq choisissent la spécialité mathématiques. » Nous traduirons cela en disant que la proportion d'élèves choisissant la spécialité mathématique est $\frac{3}{5}$.
2. Dans une classe de 24 élèves il y a 2 filles. La proportion de filles dans la classe est de $p = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$.

Appliquer une proportion.

Ajouter proportion de proportion.

Appliquer une proportion c'est multiplier une grandeur par la proportion. Ainsi les deux tiers de 6 s'obtiennent en faisant : $\frac{2}{3} \times 6 = 4$.

Exemples.

Exemples.

1. Si un tiers des élèves d'une classe de 33 élèves font régulièrement leur travail, alors le nombre d'élèves qui travaillent régulièrement est $\frac{1}{3} \times 33 = 11$.
2. Si la proportion de mangeurs de choucroute à la Réunion est de 1 millième, alors, comme il y a 856 000 habitants à la Réunion, le nombre de mangeurs de choucroute est : $\frac{1}{1000} \times 856\,000 = 856$.

EXERCICE 1.

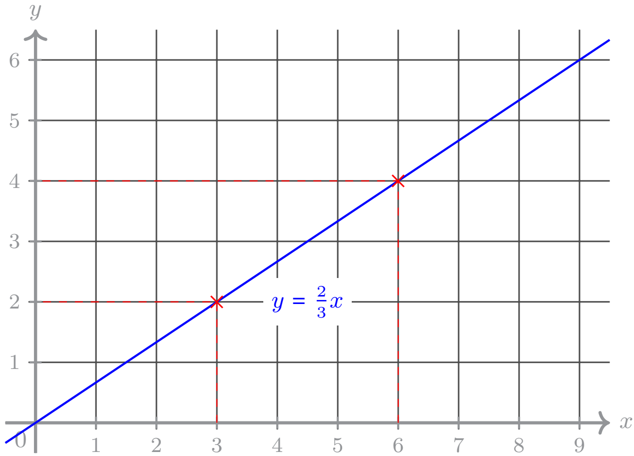
Exercices 12 et 17 page 282 du manuel Indice.

Représentation graphique d'une situation de proportionnalité.

Pour le tableau de proportionnalité suivant

x	3	6	9
y	2	4	6

nous pouvons considérer que la première ligne correspond à des abscisses et la seconde à des ordonnées. Les points dans le cas d'une proportionnalité sont alignés avec l'origine du repère.



Ici les abscisses et ordonnées des points de la droite sont liées par l'équation $y = \frac{2}{3}x$.

Nous dirons aussi que la droite est la courbe représentative d'une fonction linéaire dont le coefficient directeur est $\frac{2}{3}$.

Les pourcentages.

Pour se représenter facilement les proportions il est traditionnel d'exprimer la proportion sous forme d'une fraction dont le dénominateur est 100 le numérateur est alors appelé un pourcentage.

Autrement dit un pourcentage est nombre exprimé non pas en unités mais en centièmes.

Pour obtenir un pourcentage il suffit de multiplier la proportion par 100.

L'usage du pourcentage étant socialement répandu il peut sembler plus simple de l'utiliser. Mathématiquement, le pourcentage n'a pas davantage par rapport à une fraction ou une écriture décimale.

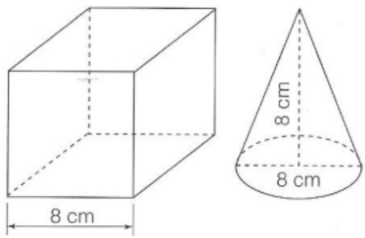
Exemples.

Exemples.

1. $\frac{2}{5} = \frac{40}{100}$ donc une proportion de $\frac{2}{5}$ correspond à 40 %.
2. 34,78 % = $\frac{34{,}78}{100} = 0{,}3478$.
3. Si lors d'une élection 234 citoyens sur un total de 650 votent pour le candidat Dugenou, alors $\frac{234}{650} \times 100 = 36$ donc 36 %.

Exercices.

EXERCICE 2. Un cube a une arêtes de 8 cm. Un cône de révolution a une base de 8 cm de diamètre et une hauteur de 8 cm.



1. Calculez le volume du cube.
2. (a) Calculez la valeur exacte du volume du cône.
   (b) Quel est le volume du cône arrondi au cm^3 ?
3. On place le cône à l'intérieur du cube. Occupe-t-il plus de 30 % du volume du cube ? Justifiez votre réponse.

EXERCICE 3. L'or pur ne peut être utilisé seul en bijouterie à cause de sa malléabilité. Il est donc mélangé à d'autres métaux, comme l'argent ou le cuivre, qui le rendent plus dur. On obtient ainsi l'or jaune (mélange d'or pur et d'argent) et l'or rose (mélange d'or pur et de cuivre). La valeur de l'or jaune ou de l'or rose est estimée en fonction de la quantité d'or pur qu'il contient. Cette valeur est de 1 carat lorsque le lingot d'or jaune ou rose contient $\frac{1}{24}$ d'or pur. Par exemple, si la valeur d'un lingot d'or jaune ou rose est de 8 carats, cela signifie que ce lingot contient $\frac{8}{24}$ d'or pur. Un cours récent des métaux indique :

— le gramme d'or pur : 75 F.
— le gramme d'argent : 25 F.
— le gramme de cuivre : 0,5 F.

1. Le lingot d'or jaune à 18 carats pèse 50 g.
   (a) Quelle fraction d'or pur contient ce lingot d'or jaune ?
   (b) Quelle est la masse d'or pur contenu dans ce lingot ?
   (c) Quelle est la masse d'argent contenu dans ce lingot ?
   (d) Quel est le prix de ce lingot ?
2. Un autre lingot d'or jaune a une masse de 24 g. On désigne par x la masse (exprimée en g) d'or contenue dans ce lingot.
   (a) Montrez que le prix y (exprimé en F) de ce lingot en fonction de la masse x d'or pur qu'il contient est : $y = 50x + 600$.
   (b) Représentez graphiquement, pour x compris entre 0 et 24, l'application affine f définie par $f(x) = 50x + 600$. Unités :
   - sur l'axe des abscisses 1 cm pour 2 g ;
   - sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 100 F.
3. Un lingot d'or rose a une masse de 24 g. On désigne par x la masse (exprimée en g) d'or pur contenue dans ce lingot.
   (a) Montrer que le prix y (exprimé en F) de ce lingot en fonction de la masse x d'or pur qu'il contient est : $y = 74{,}5x + 12$.
   (b) Dans le même repère que précédemment, représentez graphiquement, pour x compris entre 0 et 24, l'application affine définie par $g(x) = 74{,}5x + 12$.
4. Un lingot d'or jaune et un lingot d'or rose pèsent chacun 24 g. Utilisez le graphique précédent pour répondre aux questions suivantes.

(a) Si ces lingots contiennent chacun 4 g d'or pur, quelle est la différence de prix entre eux ?
(b) Si ces lingots valent 1 200 F chacun, quelle est la différence d'or pur qu'ils contiennent ?