Variation des fonctions.

I Généralités sur la variation des fonctions.

1 Origine géométrique.

2 Définition.

Définition 1

Soient :

. $\mathscr{D}_f \subset \mathbb{R}$ un ensemble,

. $E \subset \mathscr{D}_f$ un ensemble,

. $f : \mathscr{D}_f \to \mathbb{R}$ une fonction.

Nous dirons que f est *croissante sur* E lorsque, quels que soient x_1 et x_2 choisis dans E, si $x_1 < x_2$ alors, forcément, $f(x_1) \leqslant f(x_2)$.

3 Décrire les variations à partir d'une représentation graphique.

4 Schématisation avec le tableau de variation.

II Variation des fonctions affines.

Proposition 1

Soient :

. a et b deux nombres réels,

. f la fonction affine définie par : $f(x) = ax + b$ quelque soient $x \in \mathbb{R}$

(i) Si $a > 0$, alors f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

(ii) Si $a = 0$, alors f est constante sur $\mathbb{R}$.

(iii) Si $a < 0$ alors f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

III Variation des autres fonctions de référence.

1 Carré.

Proposition 2

Tableau de variations de la fonction carrée :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$x \mapsto x^2$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

2 Inverse.

Proposition 3

Tableau de variations de la fonction inverse :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$x \mapsto \frac{1}{x}$		$\searrow$	$\|$	$\searrow$	

3 Racine carrée.

Proposition 4

Tableau de variations de la fonction racine carrée :

x	0		$+\infty$
$x \mapsto \sqrt{x}$	0	$\nearrow$	

4 Cube.

Proposition 5

Tableau de variations de la fonction cube :

x	0		$+\infty$
$x \mapsto x^3$	0	$\nearrow$	