# Intervalles.

Un *intervalle* est un sous-ensemble (une partie) "sans trous" de l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$.

## I Intervalles bornés.

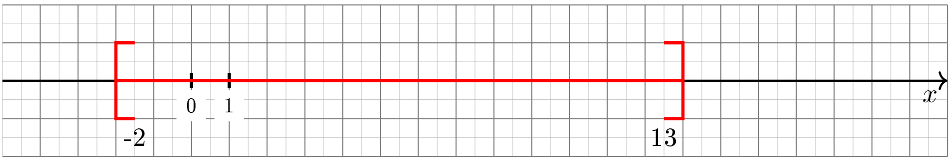
Les intervalles bornés sont les ensembles qui contiennent tous les réels qui sont compris entre deux *bornes* (limites).

**Exemple.**

L'intervalle $[-2 \quad 13]$ (lisez « fermé en $-2$ et fermé en $13$ ») désigne l'ensemble des nombres réels $x$ compris entre $-2$ et 13. Ce sont donc tous les nombres $x$ qui vérifient

$$-2 \leq x \leq 13$$

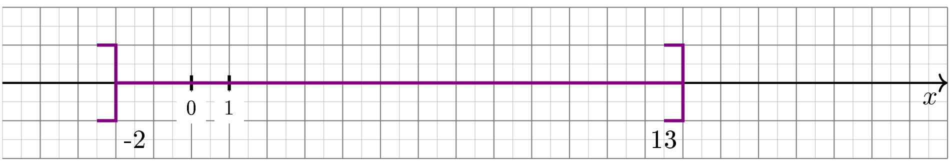
L'ensemble des nombres réels est représenté par une droite et l'intervalle $[-2\ ;\ 13]$ est alors représenté par un segment.




Il arrive souvent qu'en cherchant à optimiser la taille des intervalles il faille exclure les valeurs aux bornes. Ainsi pour désigner l'ensemble de tous les nombres compris entre $-2$ et 13 mais pas 2 nous noterons : $]-2\ ;\ 13]$ (lisez « ouvert en $-2$ et fermé en 13 »).

Ce qui correspond à tous le nombres $x$ qui vérifient l'encadrement

$$-2 < x \leq 13$$




Remarques.

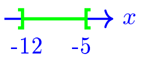
1. Pour dire qu'un nombre $a$ est compris entre 3 et 4 nous écrirons : $a \in [3{,}4]$ et nous dirons que $x$ *appartient* à l'intervalle $[3; 4]$.

2. Les bornes d'un intervalle sont toujours écrites dans l'ordre croissant.
3. L'*ensemble vide*, $\emptyset$, qui ne contient aucun élément est considéré comme un intervalle.

Exercice 1

Le tableau suivant comporte quatre façons, et donc quatre points de vus, pour parler d'une même notion.

Recopiez-le, puis complétez-le en prenant pour modèle la deuxième ligne.

| Notation | Représentation | Inéquations (encadrement) | Description |
|---|---|---|---|
| $[-2;13]$ |   | $-2 \leq x \leq 13$ | Intervalle fermé en $-2$ et en 13. |
| $[4\ ;\ 8[$ | ... | ... | ... |
| |   | ... | ... |
| ... | ... | $\pi \leq x < 8$ | ... |
| ... | ... | ... | Intervalle ouvert en $-6$ et fermé en 2. |

# II Intervalles non bornés.

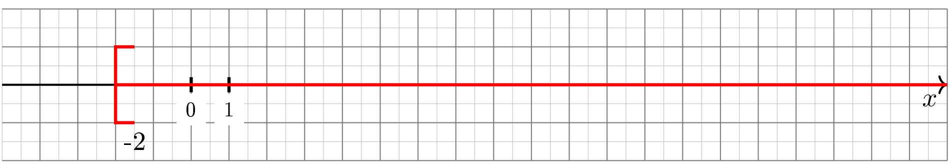
Les intervalles non bornés sont les intervalles qui contiennent tous les nombres plus grands ou plus petits qu'un nombre fixé.

**Exemple.**

L'intervalle $[-2 \quad +\infty[$ (lisez « fermé en $-2$ , plus l'infini ») désigne l'ensemble des nombres réels $x$ supérieurs (ou égaux) à $-2$. Ce sont donc tous les nombres $x$ qui vérifient

$$-2 \leq x$$

L'intervalle $[-2\ ;\ +\infty[$ est alors représenté par une demi-droite.



Remarques.

1. Le symbole $\infty$ désigne l'infini et n'est pas un nombre réel. C'est pourquoi le crochet est toujours ouvert du côté de ce symbole.

## Exercice 2

Le tableau suivant comporte quatre façons, et donc quatre points de vus, différents pour parler d'une même notion.

Recopiez-le, puis complétez-le en prenant pour modèle la deuxième ligne.

| Notation | Représentation | Inéquations (encadrement) | Description |
|---|---|---|---|
| $[-2,+\infty[$ |  | $-2 \leq x$ | Intervalle fermé en $-2$, plus l'infini. |
| $]-\infty;\ 8[$ | ... | ... | ... |
| |  | ... | ... |
| ... | ... | $x < \pi$ | ... |
| ... | ... | ... | Intervalle moins l'infini, ouvert en $-6$. |

# III Réunion et intersection.

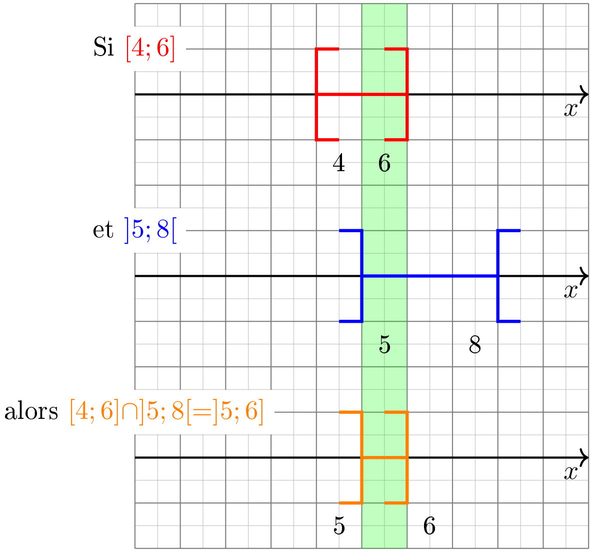
### Intersection.

**Définition 1**

L'*intersection* de deux ensembles $A$ et $B$, qu'on note $A \cap B$, est l'ensemble de tous les éléments commun à l'ensemble $A$ et l'ensemble $B$.

Ainsi 5,5 appartient à l'intersection des intervalles $[4; 6]$ et $]5; 8[$ puisque 5,5 appartient à chacun d'entre eux.

Pour déterminer l'intersection tout entière de $[4; 6]$ et $]5; 8[$ nous raisonnerons de façon géométrique comme ci-dessous :



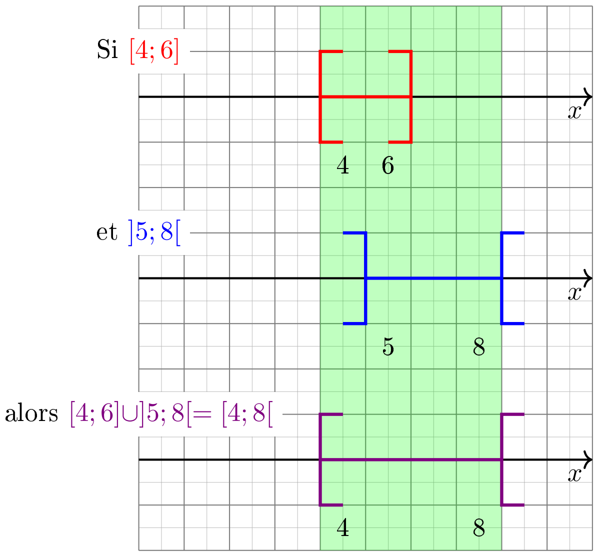

**Réunion**

Définition 2

La *réunion* de deux ensembles $A$ et $B$, qu'on note $A\cup B$, est l'ensemble de tous les éléments de l'ensemble $A$ et l'ensemble $B$.

Ainsi 5,5 et 4,5 et 7 appartiennent à la réunion des intervalles $[4;6]$ et $]5;8[$ puisqu'ils appartiennent soit à l'un, soit à l'autre, soit aux deux intervalles.

Pour déterminer la réunion tout entière de $[4;6]$ et $]5;8[$ nous raisonnerons de façon géométrique comme ci-dessous :




# IV Exercice.

## Exercice 3

Simplifiez les écritures suivantes en justifiant par un schéma.

1. $[-3; 4[\cup] - 1; 5[$
2. $] - 1; 3]\cap]2; 4]$
3. $] - 3; 2] \cup [3; 5]$
4. $] - 13; 7] \cap [7; 17]$
5. $] - 12; -11[\cap[-11; -3[$
6. $] - \infty; 5] \cap [3; 7[$
7. $] - \infty; 0] \cup [0; +\infty[$

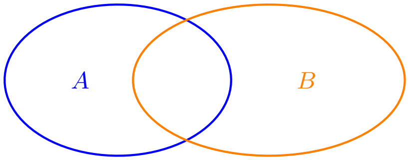
## Correction exercice 3

1. $[-3; 5[$.
2. $]2; 3]$.
3. $] - 3; 2] \cup [3; 5]$.
4. $[7; 7] = \{7\}$.
5. $[-11; -3[$.
6. $[3; 5]$.
7. $\mathbb{R}$.

## Exercice 4

Le cardinal d'un ensemble fini $A$, qu'on note $\text{Card}(A)$ ou $\#(A)$, désigne le nombre d'éléments dans cet ensemble.

En vous aidant du diagramme de Venn ci-dessous déterminez une égalité liant $\text{Card}(A)$, $\text{Card}(B)$, $\text{Card}(A \cap B)$ et $\text{Card}(A \cup B)$.




## V Ce qu'il faut retenir.

1. Faire correspondre la notation d'intervalle à celle d'inéquations.
2. Noter un intervalle qu'on décrit.
3. L'intersection est la partie commune.
4. La réunion est l'ensemble de toutes les parties.
5. Déterminer par un schéma l'intersection ou la réunion de deux intervalles.

## VI Exercices Wims.

— Compilation evalwims super (voir le fichier pour le lien)
`2ieme_analyse_02_000_intervalles`
— `2ieme_analyse_02_001_intervalles`
— `2ieme_analyse_02_002_intervalles`
— `2ieme_analyse_02_003_intervalles`
— `2ieme_analyse_02_004_intervalles`
— `2ieme_analyse_02_005_intervalles`