

Inégalités.

Des rappels.

Inéquations.

EXERCICE 1. Donnez l'ensemble des solutions des inéquations.

- a) $x < -1$. b) $3 \geq x$. c) $\frac{1}{2} \leq x$. d) $-\sqrt{2} < x$. e) $10^3 > x$.
f) $x \leq 2,14$. g) $x > \sqrt{\pi}$. h) $x \geq -2,1$.

Les règles de manipulation.

Somme d'inégalités.

Produit d'inégalités.

Exercices.

EXERCICE 2. Résolvez les inéquations. *Résoudre une inéquation c'est donner un ensemble.*

- a) $2x - 3 < 0$. b) $3x + 1 \geq 0$.
c) $4x + 2 > -7x + 1$. d) $-12x + 7 \leq 13$.
e) $8x + 3 < -14x + 3$. f) $12x - 3 \geq -6x + 9$.
g) $-5x - 7 > 8 - 3x$. h) $8x + 3 \geq 6 - 7x$.

EXERCICE 3. Résolvez les inéquations. *Résoudre une inéquation c'est donner un ensemble.*

- a) $-3x + 7 < x + 2$ b) $-5x - 2 \leq 0$
c) $-x > 9$ d) $-x + 5 \leq 7 - 6x$
e) $2(3 - x) \geq 8$ f) $2x - 7 < (3x - 4) - x$
g) $3x - (4 + 3x) > 2$ h) $(2x - 1)(2x + 3) \leq (2x + 4)^2$
i) $(x - 1)(3 - x) > 7$.

EXERCICE 4. Trouvez tous les nombres x qui vérifient les deux inéquations (système de deux équations à une inconnue) dans chaque cas :

- a) $\begin{cases} x + 7 \leq 12 \\ x - 5 \geq -17 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 8 \leq 5x + 13 \\ 4x - 23 \leq 10 + x \end{cases}$
c) $\begin{cases} 2x - 8 \geq 5x + 13 \\ 4x - 23 \geq 10 + x \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - 8 \leq 5x + 13 \\ 4x - 23 \geq 10 + x \end{cases}$

EXERCICE 5.

1. (a) Résolvez l'équation $8x - 4 = 0$.
(b) Résolvez l'inéquation $8x - 4 \geq 0$.
2. Parfois on ne précise pas l'ensemble de définition d'une fonction g . Dans ce cas l'ensemble des définition est l'ensemble des nombres x pour lesquels $g(x)$ existe. Déduisez de la question 1 les ensembles de définition des fonctions suivantes.

- (a) $g : x \mapsto \frac{1}{8x - 4}$.
(b) $h : x \mapsto \sqrt{8x + 4}$.

EXERCICE 6. Un particulier a des marchandises à faire transporter. Un premier transporteur lui demande 460 € au départ et 3,50 € par kilomètre. Un second transporteur lui demande 1000 € au départ et 2 euro par kilomètre. Pour quelles distances à parcourir est-il plus avantageux de s'adresser au second transporteur ?

EXERCICE 7. Une société veut imprimer des livres. La location de la machine revient à 750 € par jour et les frais de fabrication s'élèvent à 3,75 € par livre. Combien faut-il imprimer de livre par jour pour que le prix de revient d'un livre soit inférieur ou égal à 6 €

EXERCICE 8 Deux entreprises de transport proposent les tarifs suivants :

- 110 € au départ plus 1,26 € du kilomètre ;
 - 120 € au départ plus 1,22 € du kilomètre.

Pour quels kilométrages le tarif du second transporteur est-il plus avantageux ?

EXERCICE 9. Un libraire vend des crayons 2,4 € pièce. Sur ces articles ses frais s'élèvent à 0,6 € par crayon auxquels il faut ajouter une somme fixe de 34,2 €. Calculez, en fonction de x , le bénéfice réalisé par la vente de x crayons. Combien doit-il vendre de crayons pour que le bénéfice soit compris entre 68,4 € et 102,6 € ?

EXERCICE 10.

1. En utilisant le développement de $(a-b)^2$ démontrez que $2ab \leq a^2 + b^2$ (1). Déduisez-en que $(a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$.
 2. a, b et c des nombres quelconques. Écrivez deux autres inégalités analogues à l'inégalité (1). Décluez-en que : $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$.

EXERCICE 11. Soient a , b et c trois nombres réels.

- Écrivez sous forme de fraction : $\frac{a+c}{b+c} - \frac{a}{b}$.
 - Comparez $\frac{a}{b}$ et $\frac{a+c}{b+c}$ pour
(a) $c > 0$ et $0 < a < b$;
(b) $c > 0$ et $0 < b < a$.
 - Déduisez-en une comparaison de $\frac{a}{b}$ et $\frac{2a+c}{3b+c}$.

EXERCICE 12. Montrez que si a et b sont strictement positifs alors $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} + \frac{1}{a+b}$

EXERCICE 13 L'arête d'un cube a pour mesure a

1. Comparez le volume V du cube à celui V_1 d'une sphère de diamètre a , puis à celui V_2 d'une sphère de diamètre $a\sqrt{3}$. Interprétez géométriquement les résultats.
 2. À quelle condition doit satisfaire le réel positif α pour que la sphère de diamètre αa ait un volume supérieur ou égale à celui du cube ?

EXERCICE 14. A l'aide de la calculatrice résolvez les inéquations.

a) $4x^2 + 2x \geq 8$. b) $\frac{1}{x} \geq x + 1$.