Résoudre une inéquation.

I Généralités sur les inéquations.

II Règle de manipulation des inéquations.

1 Presque comme les équations.

Théorème 1

(*i*) On ne modifie pas l'ensemble des solutions d'une inéquation en ajoutant ou en soustrayant le même nombre à chaque membre de celle-ci.

(*ii*) On ne modifie pas l'ensemble des solutions d'une inéquation en multipliant ou en divisant par un même nombre strictement positif chaque membre de celle-ci.

(*iii*) Pour ne pas modifier l'ensemble des solutions d'une inéquation en multipliant ou en divisant par un même nombre strictement négatif des deux côtés de l'inégalité il faut changer le sens de l'inégalité.

2 Système d'inéquations.

3 Ajouter des inégalités membre à membre.

III Étude du signe des fonctions affines.

Proposition 1 - Signe des fonctions affines.

Soient :

. a et b deux nombres réels,

. $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$.

Si $a > 0$, alors :

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
f		$-$	0	$+$	

IV Des inéquations produit-nul.

1 Étude du signe d'une fonction factorisée.

2 Inéquation produit-nul.

3 Inéquation se ramenant à une inéquation produit-nul.

4 Inéquation quotient.

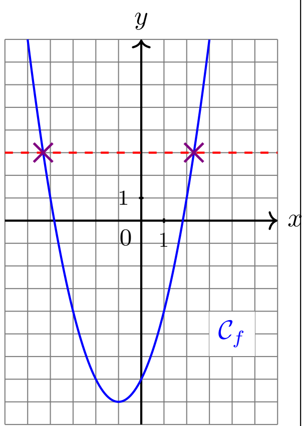
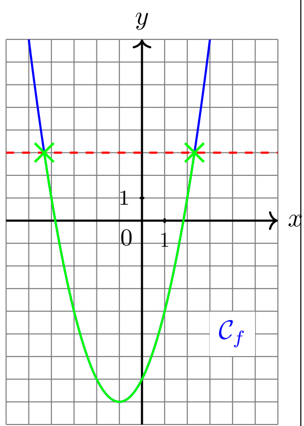
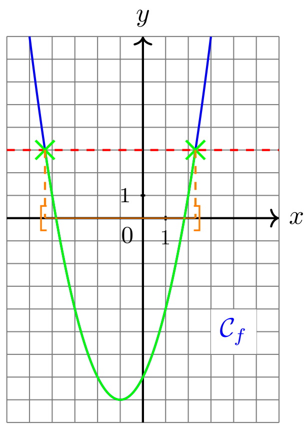
V Conjecturer graphiquement les solutions d'une inéquation.

1 "Résolution graphique" d'inéquation : $f(x) \leq a$ (avec $a \in \mathbb{R}$).

Pour conjecturer les solutions de l'inéquation $x^2 + 2x - 7 \leq 3$ nous introduisons encore la fonction $\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & x^2 + 2x - 7 \end{array}$ puis traçons sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$ avec un logiciel.

Les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 3$ sont les abscisses des points de la courbe d'ordonnée plus petite ou égale à 3.

Les étapes de la recherche sont les suivantes :

1	2	3
Dessinez l'ordonnée 3.	Identifiez les points de la courbe dont l'ordonnée est plus petite que 3.	Lire les abscisses correspondantes.
		

Enfin donnez les solutions sous forme d'ensemble : l'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 + 2x - 7 \leq 3$ est $[-4{,}3\ ;\ 2{,}3]$.

Remarquons enfin que si l'inégalité avait été stricte ($x^2 + 2x - 7 < 3$) l'ensemble des solutions eut été ouvert ($]-4{,}3\ ;\ 2{,}3[$).

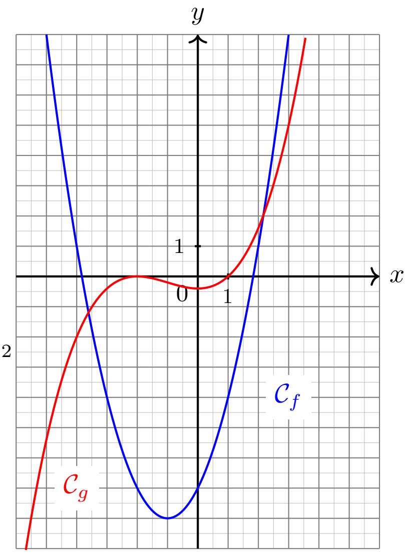
2 "Résolution graphique" d'inéquation : $f(x) \leq g(x)$.

Pour conjecturer les solutions de l'inéquation $x^2 + 2x - 7 \leq 0{,}1(x+2)^3 - 0.3(x+2)^2$ nous introduisons encore les fonctions

$$f : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^2 + 2x - 7 \end{array} \quad \text{et}$$

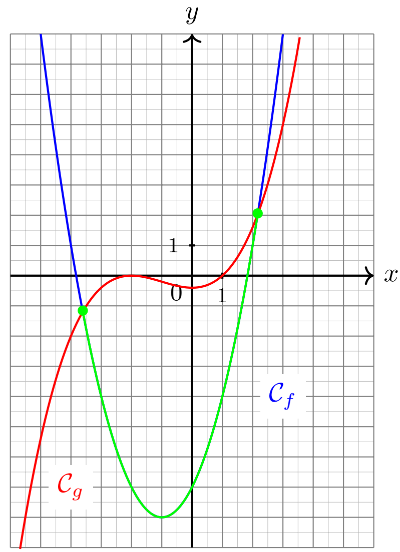
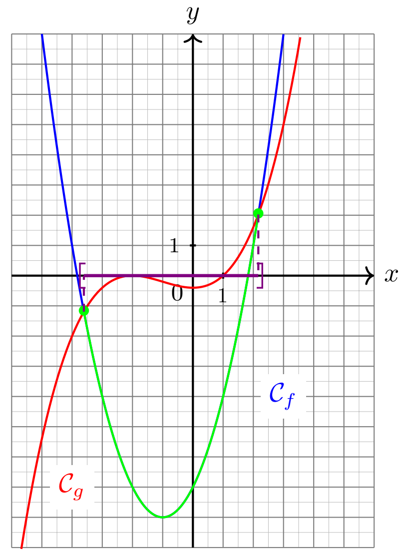
$$g : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 0{,}1(x+2)^3 - 0.3(x+2)^2 \end{array}$$

puis traçons leurs courbes représentatives $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ avec un logiciel.



Les solutions de l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ sont les abscisses des points de la courbe $\mathcal{C}_f$ situés en dessous de ceux de la courbe $\mathcal{C}_g$.

Les étapes de la recherche sont les suivantes :

1	2
Identifiez les points de $\mathcal{C}_f$ situés en dessous de ceux de $\mathcal{C}_g$. 	Lire les abscisses correspondantes. 

Enfin donnez les solutions sous forme d'ensemble : l'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 + 2x - 7 \leq 0{,}1(x+2)^3 - 0.3(x+2)^2$ est $[-3{,}6\ ;\ 2{,}2]$.

VI Exercices.