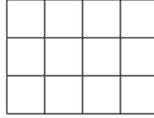


# Calcul numérique, évaluer une expression littérale.

La traduction géométrique (une traduction toujours très importante en mathématique et source de nouveaux résultats) de la multiplication est le calcul d'aire d'un rectangle.

Ainsi  $3 \times 4$  est le nombre de carrés unités recouvrant un rectangle dont un côté correspond à 3 carrés unités et l'autre à 4 carrés unités.



EXERCICE 1. Effectuez les calculs suivants à la main.

- a)  $2 + 7 + 3$ .      b)  $2 \times 3 + 7$ .      c)  $2 + 3 \times 7$ .      d)  $2 \times 3 \times 7$ .  
e)  $(2 + 3) \times 7$ .      f)  $2 \times (3 + 7)$ .      g)  $2 \times 3 + 4 \times 5$ .      h)  $2 \times (3 + 4) \times 5$ .  
i)  $2 + (3 + 4) \times 5$ .      j)  $(2 + 3 \times 4) \times 5$ .      k)  $2 + 3 \times (4 + 5)$ .      l)  $(2 + 3) \times (4 + 5)$ .

Exercice 1.

- a)  $2 + 7 + 3 = 12$ .      b)  $2 \times 3 + 7 = 13$ .      c)  $2 + 3 \times 7 = 23$ .  
d)  $2 \times 3 \times 7 = 42$ .      e)  $(2 + 3) \times 7 = 35$ .      f)  $2 \times (3 + 7) = 20$ .  
g)  $2 \times 3 + 4 \times 5 = 26$ .      h)  $2 \times (3 + 4) \times 5 = 70$ .      i)  $2 + (3 + 4) \times 5 = 37$ .  
j)  $(2 + 3 \times 4) \times 5 = 70$ .      k)  $2 + 3 \times (4 + 5) = 29$ .      l)  $(2 + 3) \times (4 + 5) = 45$ .

Une expression littérale est une formule de calcul dans laquelle certains des nombres sont représentés par des lettres. *Évaluer une expression littérale* c'est effectué le calcul indiqué par l'expression en remplaçant les lettres par des nombres.

EXERCICE 2. Évaluer la valeur de  $f(x)$  pour la valeur  $x$  proposée.

- a)  $x = 2$  et  $f(x) = 3x + 1$ .      b)  $x = -1$  et  $f(x) = -2x + 3$ .  
c)  $x = 1$  et  $f(x) = 3(x + 1) - 7$ .      d)  $x = -1$  et  $f(x) = 3(1 - x)$ .  
e)  $x = 5$  et  $f(x) = 6x - 8x + 12$ .      f)  $x = 6$  et  $f(x) = x^2 + 1$ .  
g)  $x = 2$  et  $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ .      h)  $x = -2$  et  $f(x) = x^2 + 7$ .  
i)  $x = -3$  et  $f(x) = 4 - x^2$ .      j)  $x = 5$  et  $f(x) = 2 - 3x^2 + x$ .

Exercice 2.

- a)  $f(2) = 3 \times 2 + 1 = 7$ .      b)  $f(-1) = -2 \times (-1) + 3 = 5$ .  
c)  $f(1) = 3(1 + 1) - 7 = -1$ .      d)  $f(-1) = 3(1 - (-1)) = 6$ .  
e)  $f(5) = 6 \times 5 - 8 \times 5 + 12 = 2$ .      f)  $f(6) = 6^2 + 1 = 37$ .  
g)  $f(2) = 3 \times 2^2 - 2 \times 2 + 5 = 13$ .      h)  $f(-2) = (-2)^2 + 7 = 11$ .  
i)  $f(-3) = 4 - (-3)^2 = -5$ .      j)  $f(5) = 2 - 3 \times 5^2 + 5 = -68$ .

Une équation est une égalité comportant des expressions littérales. *Vérifier si un nombre a est solution d'une équation* consiste à évaluer les expressions littérales avec le nombre  $a$  et vérifier si on a, ou pas, l'égalité.

EXERCICE 3. Déterminez si le nombre  $a$  est solution de l'équation ( $E$ ).

- a)  $a = 2$  et ( $E$ ) :  $x - 3 = -1$ .      b)  $a = 1$  et ( $E$ ) :  $x - 1 = 0$ .  
c)  $a = 3$  et ( $E$ ) :  $2x + 3 = 9$ .      d)  $a = -2$  et ( $E$ ) :  $x^2 + 4 = 0$ .  
e)  $a = -3$  et ( $E$ ) :  $2x^2 - 16 = 2$ .      f)  $a = 25$  et ( $E$ ) :  $13x - 300 = 25$ .  
g)  $a = 2$  et ( $E$ ) :  $(x - 2)(2x - 4) = 0$ .

Exercice 3.

- a) Oui.      b) Oui.      c) Oui.      d) Non.  
e) Oui.      f) Oui.      g) Oui.

En mathématique on essaie autant que possible de n'écrire que ce qui est indispensable : aucune fioriture. Donnez l'écriture la plus simple d'une expression s'appelle *simplifier*.

EXERCICE 4. Dans les expressions suivantes supprimez les parenthèses inutiles.

- |  |   |
|--|---|
| a) $((4 \times 9) + (3 \times 5))$ .                     | b) $(3 + 5) \times (5 \times 9)$ .              |
| c) $(3 + 5) + (5 \times 9)$ .                            | d) $(5 - (3 + 1))$ .                            |
| e) $(2 \times 10) + ((10 \times 15) + (15 \times 20))$ . | f) $((9 \div 8) \times 5 + (8 \times 7))$ .     |
| g) $2 \times (3 + (5 \times 4))$ .                       | h) $(2 \times (3 \times (5 \times (6 + 7))))$ . |

Exercice 4.

- |  |   |
|--|---|
| a) $4 \times 9 + 3 \times 5$ .                   | b) $(3 + 5) \times 5 \times 9$ .          |
| c) $3 + 5 + 5 \times 9$ .                        | d) $5 - (3 + 1)$ .                        |
| e) $2 \times 10 + 10 \times 15 + 15 \times 20$ . | f) $9 \div 8 \times 5 + 8 \times 7$ .     |
| g) $2 \times (3 + 5 \times 4)$ .                 | h) $2 \times 3 \times 5 \times (6 + 7)$ . |

EXERCICE 5. Simplifiez les écritures suivantes.

- |                     |                     |                              |                            |
|---------------------|---------------------|------------------------------|----------------------------|
| a) $2 \times a$ .   | b) $a \times 7$ .   | c) $a \times b \times 2$ .   | d) $a \times 2 \times 3$ . |
| e) $a \times 2b$ .  | f) $2a \times 3b$ . | g) $2 \times a \times a$ .   | h) $a \times b \times 3$ . |
| i) $5 \times 2ab$ . | j) $3a \times 5b$ . | k) $a \times 5 \times 2ab$ . | l) $3t \times 2,5t$ .      |

Exercice 5.

- |             |               |               |
|-------------|---------------|---------------|
| a) $2a$ .   | b) $7a$ .     | c) $2ab$ .    |
| d) $6a$ .   | e) $2ab$ .    | f) $6ab$ .    |
| g) $2a^2$ . | h) $3ab$ .    | i) $10ab$ .   |
| j) $15ab$ . | k) $10a^2b$ . | l) $7,5t^2$ . |

Dans certaines situations on préférera avoir une addition qu'une multiplication ou le contraire. Pour passer de l'un à l'autre on développe et on factorise. Mais pour cela il faut être capable de reconnaître le calcul auquel on a à faire. Les différences peuvent être confondues avec les sommes et les quotients avec les produits.

EXERCICE 6. Dites si le calcul est un produit, un quotient, une différence ou une somme. Par exemple  $2x + 3$  est une somme car la dernière opération effectuée (en respectant les priorités opératoires) est une addition.

- |                               |                              |  |
|-------------------------------|------------------------------|--|
| a) $2x$ .                     | b) $x + 4$ .                 | c) $7 - x$ .                           |
| d) $\frac{x}{12}$ .           | e) $2 + 3 \times 7$ .        | f) $3y + 4x$ .                         |
| g) $\frac{3+x}{2}$ .          | h) $\frac{x}{2+y} - 4$ .     | i) $(3x + y) \times 4 + \frac{1}{x}$ . |
| j) $(3x + 1)(4 - 2x)$ .       | k) $\frac{(x+1)x}{2x^2+1}$ . | l) $(2x - 7)^2$ .                      |
| m) $(3 - 2x)^2 - 4$ .         | n) $x^2 - a^2$ .             | o) $3x^2 + x$ .                        |
| p) $x \times \frac{2}{3+x}$ . | q) $x^2 + 3x + 4$ .          | r) $3(x - 2)^2 + 1$ .                  |

Exercice 6.

- |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| a) Produit.    | b) Somme.      | c) Différence. |
| d) Quotient.   | e) Somme.      | f) Somme.      |
| g) Quotient.   | h) Différence. | i) Somme.      |
| j) Produit.    | k) Quotient.   | l) Produit.    |
| m) Différence. | n) Différence. | o) Somme.      |
| p) Produit.    | q) Somme.      | r) Somme.      |

Lorsqu'on travail, sans calculette, avec une fraction il faut autant que possible utiliser son écriture avec les plus petits nombres : la forme irréductible.

EXERCICE 7. Donnez la forme irréductible des fractions suivantes. Par exemple :  $\frac{42}{70} =$

$$\frac{2 \times 3 \times 7}{2 \times 5 \times 7} = \frac{3}{5}$$

a) $\frac{27}{18}$ .	b) $\frac{35}{98}$ .	c) $\frac{66}{42}$ .	d) $\frac{26}{52}$ .
e) $\frac{11}{112}$ .	f) $\frac{56}{198}$ .	g) $\frac{36}{195}$ .	h) $\frac{200}{340}$ .
i) $\frac{1}{64}$ .	j) $\frac{1}{462}$ .	k) $\frac{1}{78}$ .	l) $\frac{1}{210}$ .

### Exercice 7.

a) $\frac{27}{18} = \frac{3^3}{2 \times 3^2} = \frac{3}{2}$ .	b) $\frac{35}{98} = \frac{5 \times 7}{2 \times 7^2} = \frac{5}{14}$ .	c) $\frac{66}{42} = \frac{2 \times 3 \times 11}{2 \times 3 \times 7} = \frac{11}{7}$ .
d) $\frac{26}{52} = \frac{2 \times 13}{2^2 \times 13} = \frac{1}{2}$ .	e) $\frac{17}{11}$ .	f) $\frac{28}{56} = \frac{2^2 \times 7}{2^3 \times 7} = \frac{1}{2}$ .
g) $\frac{24}{36} = \frac{2^3 \times 3}{2^2 \times 3^2} = \frac{2}{3}$ .	h) $\frac{180}{200} = \frac{2^2 \times 3^2 \times 5}{2^3 \times 5^2} = \frac{9}{10}$ .	i) $\frac{112}{64} = \frac{2^4 \times 7}{2^6} = \frac{7}{4}$ .
j) $\frac{198}{462} = \frac{2 \times 3^2 \times 11}{2 \times 3 \times 7 \times 11} = \frac{3}{7}$ .	k) $\frac{195}{78} = \frac{5}{2}$ .	l) $\frac{340}{210} = \frac{34}{21}$ .

Rappel des règles de calcul sur les fractions.

- Pour additionner ou soustraire des fractions il faut absolument qu'elles soient au même dénominateur. Si c'est le cas on additionne ou soustrait uniquement les numérateurs.
- Pour le produit de deux fractions il suffit de diviser le produit des numérateurs par le produit des dénominateurs.
- Pour faire un quotient (division) de fractions il suffit de faire le produit de la fraction au numérateur par l'inverse de la fraction au dénominateur.

### EXERCICE 8. Calculez à la main et donnez le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

a) $\frac{13}{4} + \frac{18}{7}$ .	b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{7}$ .	c) $\frac{4}{3} + 17$ .	d) $\frac{28}{4} - \frac{32}{12}$ .
e) $\frac{1}{6} \times \frac{12}{32}$ .	f) $\frac{1}{2} \times 248$ .	g) $\frac{4}{12} \times 28$ .	h) $\frac{13}{2+3} \times \frac{1}{11}$ .
i) $\frac{23}{17} \times \frac{3}{4}$ .	j) $\frac{25}{12}$ .	k) $\frac{3}{1}$ .	l) $\frac{4}{8}$ .
m) $\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{3}{11} \right)$ .	n) $\frac{3^5}{7} + 3 + \frac{1}{4} \times 28$ .	o) $-\frac{4}{7} + \frac{5}{14} \times 2$ .	p) $\frac{2+1}{9} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{2}$ .
q) $3 \times \frac{1}{3} + 14$ .	r) $\frac{88}{288} + 3$ .	s) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ .	t) $\left( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)^2$ .

### Exercice 8.

a) $\frac{13}{4} + \frac{18}{7} = \frac{31}{7}$ .	b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{7} = \frac{13}{21}$ .
c) $\frac{4}{3} + 17 = \frac{55}{3}$ .	d) $\frac{28}{4} - \frac{32}{12} = \frac{52}{12} = \frac{13}{3}$ .
e) $\frac{1}{6} \times \frac{12}{32} = \frac{1}{16}$ .	f) $\frac{4}{12} \times 28 = 124$ .
g) $\frac{3 \times 28}{280} = \frac{3}{10}$ .	h) $\frac{13}{2} \times \frac{6}{11} = \frac{39}{11}$ .
i) $\frac{23}{17} \times \frac{3}{4} = \frac{69}{68}$ .	j) $\frac{25}{12} = \frac{7}{30}$ .
k) $\frac{12}{\frac{1}{4}} = 16$ .	l) $\frac{4}{\frac{3+1}{2}} = \frac{10}{3}$ .
m) $\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{3}{11} \right) = \frac{7}{11}$ .	n) $\frac{3^5}{7} + 3 + \frac{1}{4} \times 28 = \frac{73}{7}$ .
o) $-\frac{3}{7} + \frac{5}{14} \times 2 = \frac{2}{7}$ .	p) $\frac{2}{9} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{18}$ .
q) $3 \times \frac{1}{3} + 14 = 15$ .	r) $\frac{88}{288} + 3 = \frac{119}{36}$ .
s) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{25}{12}$ .	t) $\left( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)^2 = \frac{49}{144}$ .

### EXERCICE 9. Calculez.

a) $3^2$ .	b) $2^3$ .	c) $(2^2)^3$ .	d) $(-5)^2$ .	e) $0^{15}$ .
f) $(-1)^{18}$ .	g) $(-1)^{13}$ .	h) $(-18)^3$ .	i) $1^{13}$ .	j) $4^2$ .
k) $2^5$ .	l) $0,1^{-1}$ .	m) $9^0$ .	n) $\frac{3^5}{3^2}$ .	o) $\frac{2^4}{2^{11}}$ .

p)  $\frac{7^{11}}{7^{11}}$ .      q)  $\frac{6^2}{6^0}$ .      r)  $\frac{9}{9^3}$ .      s)  $7^5 \times 7^{-3}$ .      t)  $9^2 \times 9$ .  
u)  $10^6 \times 10^7$ .      v)  $2^{-4} \times 2^{-1}$ .      w)  $5^8 \times 5^{10}$ .

Exercice 9.

a)  $3^2 = 9$ .      b)  $2^3 = 8$ .      c)  $(2^2)^3 = 64$ .      d)  $(-5)^2 = 25$ .      e)  $0^{15} = 0$ .  
f)  $(-1)^{18} = 1$ .      g)  $(-1)^{13} = -1$ .      h)  $(-18)^3 = 5832$ .      i)  $1^{13} = 1$ .      j)  $4^2 = 16$ .  
k)  $2^5 = 32$ .      l)  $0,1^{-1} = 10$ .      m)  $9^0 = 1$ .      n)  $\frac{3^5}{3^2} = 9$ .      o)  $\frac{2^4}{2^{11}} = \frac{1}{128}$ .  
p)  $\frac{7^{11}}{7^{11}} = 1$ .      q)  $\frac{6^2}{6^0} = 36$ .      r)  $\frac{9}{9^3} = \frac{1}{81}$ .      s)  $7^5 \times 7^{-3} = 7^2$ .      t)  $9^2 \times 9 = 729$ .  
u)  $10^6 \times 10^7 = 10^{13}$ .      v)  $2^{-4} \times 2^{-1} = \frac{1}{32}$ .      w)  $5^8 \times 5^{10} = 5^{18}$ .

EXERCICE 10. Écrivez sous forme d'une seule fraction.

a)  $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ .      b)  $\left(\frac{-5}{2}\right)^2$ .      c)  $\left(\frac{6}{8}\right)^5$ .      d)  $\left(\frac{1}{7}\right)^3$ .

Exercice 10.

a)  $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$ .      b)  $\left(\frac{-5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$ .  
c)  $\left(\frac{6}{8}\right)^5 = \frac{6^5}{8^5}$ .      d)  $\left(\frac{1}{7}\right)^3 = \frac{1}{343}$ .

L'écriture scientifique est importante pour les valeurs approchées et la détermination des ordres de grandeur chers aux physiciens.

EXERCICE 11. Donnez la notation scientifique des nombres suivants.

a) 1985.      b)  $314\,159 \times 10^{-5}$ .      c) 12 milliards.  
d)  $7,3 \times 10^4$ .      e) 52.      f) 320 millions.  
g) 91 000.      h)  $0,15 \times 10^{-7}$ .      i)  $0,013 \times 10^{-4}$ .  
j)  $2.10^3 \times 5.10^2$ .      k)  $7.10^5 \times 11.10^{-2}$ .      l)  $\frac{4}{3} \times 3,141 \times (10^{-1})^3$ .  
m)  $6,02.10^{23} \times 238$ .      n)  $-1,602 \times 10^{-19} \times 37$ .      o)  $(4,1 \times 10^{-3})^2$ .  
p)  $(5.10^{-6})^2 \times 3.10^{-6}$ .      q)  $(8.10^{-4})^3 \times 2^{15}$ .

Exercice 11.

a)  $1985 = 1,985 \times 10^3$ .      b)  $314\,159 \times 10^{-5} = 3,14159$ .  
c) 12 milliards =  $1,2 \times 10^{10}$ .      d)  $7,3 \times 10^4$ .  
e)  $52 = 5,2 \times 10$ .      f) 320 millions =  $3,2 \times 10^8$ .  
g)  $91\,000 = 9,1 \times 10^4$ .      h)  $0,15 \times 10^{-7} = 1,5 \times 10^{-8}$ .  
i)  $0,013 \times 10^{-4} = 1,3 \times 10^{-6}$ .      j)  $2.10^3 \times 5.10^2 = 1 \times 10^6$ .  
k)  $7.10^5 \times 11.10^{-2} = 7,7 \times 10^4$ .      l)  $\frac{4}{3} \times 3,141 \times (10^{-1})^3$ .  
m)  $6,02.10^{23} \times 238 = 1,43276 \times 10^{26}$ .      n)  $-1,602 \times 10^{-19} \times 37 = 5,9274 \times 10^{-18}$ .  
o)  $(4,1 \times 10^{-3})^2 = 1681 \times 10^{-5}$ .      p)  $(5.10^{-6})^2 \times 3.10^{-6} = 7,5 \times 10^{-17}$ .  
q)  $(8.10^{-4})^3 \times 2.10^{15} = 1,024 \times 10^6$ .

Dans la mesure ou les calculs manuel et mental revienne au goût du jour rappelons certaines choses : les multiplications par 25 se font en regroupant les 25 par 4, les divisions par 4 se font en divisant deux fois par 2, et cetera.

EXERCICE 12. Multiplier par 5 c'est multiplier par 10 puis diviser par 2. Calculez les produits suivants.

a)  $23 \times 5$ .      b)  $34 \times 5$ .      c)  $37 \times 5$ .      d)  $39 \times 5$ .  
e)  $47 \times 5$ .      f)  $51 \times 5$ .      g)  $67 \times 5$ .      h)  $63 \times 5$ .  
i)  $87 \times 5$ .      j)  $93 \times 5$ .

Exercise 12.

a)  $23 \times 5 = 115.$

e)  $47 \times 5 = 235.$

i)  $87 \times 5 = 435.$

b)  $34 \times 5 = 170.$

f)  $51 \times 5 = 255.$

j)  $93 \times 5 = 465.$

c)  $37 \times 5 = 185.$

g)  $67 \times 5 = 335.$

d)  $39 \times 5 = 195.$

h)  $63 \times 5 = 315.$