# Devoir sur table du 24/09/2021.

## I Exercice. 4 points

1.

- 0,25 formule littérale.
- 0,25 le résultat correctement présenté.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -4-3 \\ -37-12 \end{pmatrix}$.

Enfin

$$\boxed{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -7 \\ -49 \end{pmatrix}}$$

2.

- 0,25 explication des $x$ et $y$.
- 0,25 argumentation sans erreur.
- 0,25 méthode efficace.
- 0,25 résultat.

Soit $M(x,y)$ un point du plan dont les coordonnées sont données dans le repère $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$.

Dire que $M \in (AB)$ équivaut successivement à :

$$\begin{aligned} \det\left(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AB}\right) &= 0 \\ \begin{vmatrix} x-3 & -7 \\ y-12 & -49 \end{vmatrix} &= 0 \\ (x-3)\times(-49)-(y-12)\times(-7) &= 0 \\ -49x+147+7y-84 &= 0 \end{aligned}$$

Finalement

$$\boxed{(AB):\ -49x+7y+63=0.}$$

3.

— 0,25 argumentation sans erreur.
— 0,25 méthode efficace.
— L'équation est effectivement réduite.
— 0,25 résultat.

$$-49x + 7y + 63 = 0$$

équivaut successivement à :

$$\begin{aligned}
-49x + 7y + 63 + 49x - 63 &= 0 + 49x - 63\\
7y &= 49x - 63\\
\frac{7y}{7} &= \frac{49x - 63}{7}\\
y &= \frac{49x}{7} - \frac{63}{7}\\
y &= \frac{49}{7}x - 9
\end{aligned}$$

Enfin

$$\boxed{(AB) : \ y = 7x - 9.}$$

4.

— 0,25 utilisation du taux d'accroissement.
— 0,25 valeurs de $a$ et $\ell(a)$.
— 0,25 développer $\ell(a+h)$.
— Rédaction du passage à la limite.
— Limite.

* Déterminons le taux d'accroissement de $\ell$ entre 3 et $3+h$.

$$\tau = \frac{\ell(a+h) - \ell(a)}{h}.$$

Or ici :

- $a = 3$,
- $\ell(a) = 12$,
- et

$$\begin{aligned}\ell(a+h) &= \ell(3+h)\\ &= (3+h)^2 + (3+h)\\ &= 3^2 + 2\times 3\times h + h^2 + 3 + h\\ &= h^2 + 7h + 12\end{aligned}$$

donc

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{h^2 + 7h + 12 - 12}{h}\\ &= \frac{h^2 + 7h}{h}\\ &= \frac{h(h+7)}{h}\\ &= h + 7\end{aligned}$$

* Passons (si possible à la limite).
$\lim_{h\to 0} \tau = \lim_{h\to 0} h + 7 = 7$.
Donc

$$\boxed{\ell \text{ est dérivable en 3 et } \ell'(3) = 7.}$$

5.

— 0,25 prise en compte de deux valeurs.
— 0,25 vérification effectivement faite.

Le point d'abscisse 3 de la courbe est $A$ puisque : $\ell(x_A) = \ell(3) = 3^2 + 3 = 12 = y_A$.
De plus le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 3 est $\ell'(3) = 7$.
Donc

$(AB)$ est bien la tangente à la courbe au point d'abscisse 3.

## II Exercice. 2 points

1. $f'(5)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de $f$ au moins d'abscisse 5. Donc par lecture graphique :

   Réponse (d).

2. Avec la calculatrice : $g'(-1) = -1$, or $f'(-1)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de $g$ au point d'abscisse $-1$ donc :

   Réponse (d).

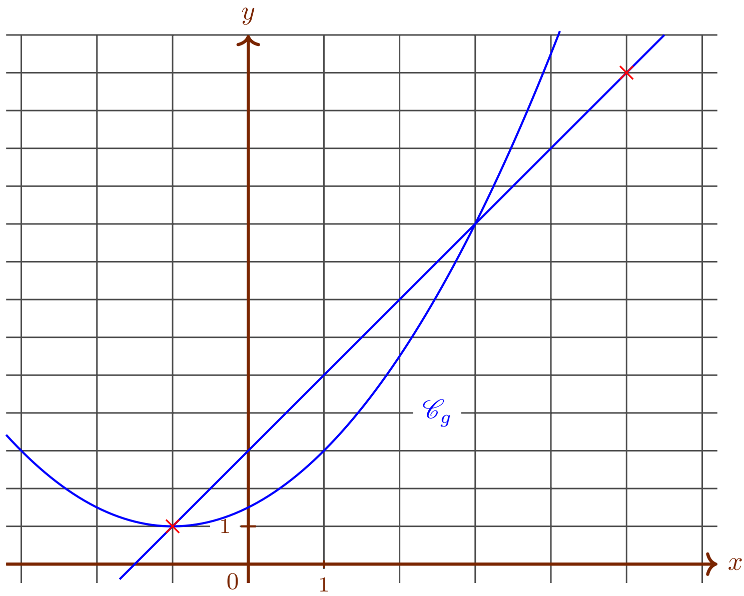
## III Exercice. 4,25 points

1. (a)

   — 0,25 si au moins ordonnée à l'origine ou pente, coordonnées d'un point indiquées.

   Puisque $f$ est une fonction affine sa courbe représentative est une droite. Il suffit de placer deux points.

$$f(-1) = 1$$
$$f(5) = 13$$




(b) $g(x) > f(x)$ si la courbe représentative de $g$ est au-dessus de celle de $f$ à l'abscisse $x$.

Donc

$$\boxed{g(x) > f(x) \text{ si et seulement si } x \in [-3; -1[\cup]3; 8].}$$

2. (a)

— 0,25 pour l'idée de partir des expressions algébrique et de la différence des fonctions.
— 0,25 pour le développement sans erreur.

Soit $x \in [-3; 8]$.
Par définition de $h$ :

$$\begin{aligned} h(x) &= g(x) - f(x) \\ &= 0{,}5x^2 + x + 1{,}5 - (2x+3) \\ &= 0{,}5x^2 + (1-2)x + 1{,}5 - 3 \\ &= 0{,}5x^2 - x - 1{,}5 \end{aligned}$$

$$\boxed{\forall x \in [-3;8],\ h(x) = 0{,}5x^2 - x - 1{,}5.}$$

(b)

- 0,25 pour utiliser la forme développée donnée à la question précédente.
- 0,25 pour partir d'un côté de l'égalité.
- 0,5 pour le développement.

Soit $x \in [-3;8]$.

$$\begin{aligned} (x+1)(0{,}5x - 1{,}5) &= x \times 0{,}5x + x \times (-1{,}5) + 1 \times 0{,}5x + 1 \times (-1{,}5) \\ &= 0{,}5x^2 - 1{,}5x + 0{,}5x - 1{,}5 \\ &= 0{,}5x^2 - x - 1{,}5 \\ &= h(x) \end{aligned}$$

$$\boxed{\forall x \in [-3;8],\ (x+1)(0{,}5x - 1{,}5) = h(x).}$$

(c)

- 0,25 ligne de $x$.
- 0,25 ligne de $k$.
- 0,25 justification du signe.
- 0,25 justification du 0.

$$\begin{aligned} k(x) > 0 &\iff 0{,}5x - 15 > 0 \\ &\iff 0{,}5x - 1{,}5 + 1{,}5 > 0 + 1{,}5 \\ &\iff 0{,}5x > 1{,}5 \\ &\iff \frac{0{,}5x}{0{,}5} > \frac{1{,}5}{0{,}5}, \quad \text{car } 0{,}5 > 0 \\ &\iff x > 3 \end{aligned}$$

De même $k(x) = 0 \iff x = 3$.

| $x$ | $-3$ | | $3$ | | $8$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $k(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

(d)

- 0,25 par ligne.
- Du fait du manque de clarté de l'énoncé, 1 si première et dernière ligne correctes.
- 0,25 pour la conclusion de l'exercice non demandée.

| $x$ | $-3$ | | $-1$ | | $3$ | | $8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $0{,}5x - 1{,}5$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $h(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

# IV Annexe.