Devoir sur table 1 heure.

I Exercice.

1. On souhaite que la hauteur soit supérieure ou égale à 40 m donc que :

$$f(x) \geqslant 40$$

ce qui équivaut successivement à :

$$\begin{aligned} -0{,}5x^2 + 10x + 8 &\geqslant 40 \\ -0{,}5x^2 + 10x + 8 - 40 &\geqslant 40 - 40 \\ -0{,}5x^2 + 10x - 32 &\geqslant 0 \end{aligned}$$

Ainsi x dit bien satisfaire l'inéquation : $-0{,}5x^2 + 10x - 32 \geqslant 0$.

2. Démontrons l'égalité entre les deux expressions.

Soit $x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} (-0{,}5x + 2)(x - 16) &= -0{,}5x \times x + (-0{,}5x) \times (-16) + 2 \times x + 2 \times (-16) \\ &= -0{,}5x^2 + 8x + 2x - 32 \\ &= -0{,}5x^2 + 10x - 32 \end{aligned}$$

Donc : $\forall x \in \mathbb{R},\ -0{,}5x^2 + 10x - 32 = (-0{,}5x + 2)(x - 16)$.

3. Étudions le signe de g.

g est une fonction affine avec $a = -0{,}5$ et $b = 2$.
$a < 0$ donc g est strictement décroissante.
g s'annule en $-\frac{b}{a} = -\frac{2}{-0{,}5} = 4$.

Nous en déduisons :

x	$-\infty$		4		$+\infty$
g		$+$	0	$-$	

4. Déterminons le tableau de signe de h.

x	$-\infty$		4		16		$+\infty$
$-0{,}5x+2$		$+$	0	$-$		$-$	
$x-16$		$-$		$-$	0	$+$	
h		$-$	0	$+$	0	$-$	

5. D'après la question 1 les solutions de l'équation $-0{,}5x^2+10x-32 \geqslant$.
Donc les solutions aux problèmes sont les x qui rendent h positive au nulle.
D'après le précédent tableau signe nous voyons que

la fusée sera au dessus de 40 m entre 4 et 16 dixièmes de secondes.

II Exercice.

1. Le vecteur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d. Il est clair que si $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}10\\4\end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{u}=2\overrightarrow{v}$. Ces vecteurs sont colinéaires et $\overrightarrow{u}$ est non nul donc

Réponse (c).

2. En substituant x et y dans les deux équations proposées par les coordonnées des points A, B et C nous trouvons que seul C appartient à ces deux droites.

Réponse (c).

III Exercice.

1. $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de (AB).

Déterminons les coordonnées de (AB).

Or $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}14-4\\12-24\end{pmatrix}$ ou encore

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}10\\-12\end{pmatrix}.$$

2. Déterminons une équation cartésienne de (AB).

   Soit $M(x;y)$.

$$\begin{aligned}M\in(AB) &\Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right)=0\\ &\Leftrightarrow \begin{vmatrix}x-4 & 10\\ y-24 & -12\end{vmatrix}=0\\ &\Leftrightarrow (x-4)\times(-12)-(y-24)\times 10=0\\ &\Leftrightarrow -12x+48-10y+240=0\\ &\Leftrightarrow -12x-10y+288=0\end{aligned}$$

$$(AB):\ -12x-10y+288=0.$$

3. Déterminons l'équation réduite de (AB).

$$-12x-10y+288=0$$

   équivaut successivement à

$$\begin{aligned}-12x-10y+288+13x-288 &= 0+13x-288\\ -10y &= 13x-288\\ \frac{-10y}{-10} &= \frac{13x-288}{--10}\\ y &= \frac{13x}{-10}+\frac{-288}{-10}\\ y &= -1{,}3x+28{,}8\end{aligned}$$

$$(AB):\ y=-1{,}3x+28{,}8.$$

4. Déterminons les coordonnées du palet.

   Les coordonnées du palets vérifient l'équation de la droite donc si l'abscisse du palet est $x = 20$ alors son ordonnées est :

$$\begin{aligned} y &= -1{,}x + 28{,}8 \\ &= -1{,}3 \times 20 + 28{,}8 \\ &= 2{,}8 \end{aligned}$$

Si $x = 20$ alors le palet est au point de coordonnées $(20; 2{,}8)$.