

Interrogation du 19/09/2024. ? minutes.

On lance 14 fois un dé à six faces parfaitement équilibré et on appelle X la variable aléatoire comptant le nombre de six obtenus.

1. Justifiez que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculez la probabilité d'obtenir exactement 4 fois un six.
3. Calculez la probabilité d'obtenir au plus 3 fois le six.
4. Quel nombre de six peut-on espérer obtenir ?

- * On a une épreuve de Bernoulli de succès « obtenir un six » et de paramètre $\frac{1}{6}$.
* L'épreuve est répétée à l'identique et de façon indépendante $n = 14$ fois donc on a un schéma de Bernoulli.
* X compte le nombre succès donc

$$X \hookrightarrow \mathcal{B}\left(14; \frac{1}{6}\right).$$

- Calculons $\mathbb{P}(X = 4)$.

$$X \hookrightarrow \mathcal{B}\left(14; \frac{1}{6}\right) \text{ donc}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X = k) &= \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k} \\ &= \binom{14}{4} \times \left(\frac{1}{6}\right)^4 \times \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{10-4}\end{aligned}$$

$$\mathbb{P}(X = 4) \approx 0,1247 \text{ à } 10^{-4} \text{ près par défaut.}$$

3. Calculons $\mathbb{P}(X \leq 3)$.

Avec la calculatrice :

$$\mathbb{P}(X \leq 3) \approx 0,8063 \text{ à } 10^{-4} \text{ près par excès.}$$

4. Calculons $\mathbb{E}(X)$.

$X \leftrightarrow \mathcal{B}\left(14; \frac{1}{6}\right)$ donc

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X) &= np \\ &= 14 \times \frac{1}{6}\end{aligned}$$

$$\mathbb{E}(X) = \frac{7}{3}.$$

Si on recommencé un grand nombre de fois les 14 lancers on obtiendrait en moyenne 2,33 six parmi les 14 lancers.