

Devoir surveillé de terminale du 22/09/2023.

Exercice 1.

80 % des Shadoks pompent. Parmi ceux qui pompent 10 % ont une valise à ancêtre. Mais 70 % des Shadoks qui ne pompent pas ont une valise à ancêtre.

On notera P l'événement « Le Shadok pompe » et V l'événement « le Shadok a une valise à ancêtre ».

1. Représentez la situation par un arbre probabiliste pondéré.
2. Justifiez que la probabilité de V est 0,22.
3. Calculez la probabilité que, choisissant un Shadok parmi ceux qui ont une valise à ancêtre, celui-ci pompe.

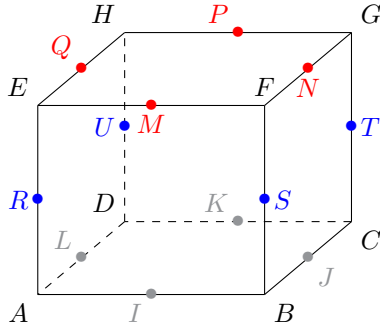
Exercice 2.

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2 + 2x}{x - 1}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

1. Démontez que la dérivée de f est définie par $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2}$.
2. Déterminez les racines du polynôme de degré deux $g(x) = x^2 - 2x - 2$ puis étudiez son signe.
On notera $\alpha \approx -0,732$ et $\beta \approx 2,732$ les racines du polynôme.
3. Déduisez de la question précédente le tableau de variation de f .

Exercice 3.

On considère le cube représenté ci-dessous.



1. Nommez un représentant de $2\vec{AI} + \vec{AL} + 2\vec{AR}$.
2. Exprimez le vecteur \vec{KG} comme combinaison linéaire des vecteurs \vec{AB} , \vec{AD} et \vec{AE} .
3. Nommez une droite dirigée par \vec{QM} et ne passant pas par H .
4. Quelle est la seule droite passant par H et dirigée par le vecteur \vec{GS} ?

Exercice 4.

On considère la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3.$$

1. Démontrez par récurrence que $u_n = -\frac{5}{2^n} + 6$ pour tout entier naturel n .
2. Déterminez la limite de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Exercice 5.

Soit (u_n) la suite définie par
$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{4} \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n(1 - u_n) \end{cases}$$

On admet que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

Déterminez la limite de (u_n) .

