

41 Équations et inéquations trigonométriques.

I Équations et inéquations avec cos (et sin).

Exercice 1.

Résolvez les équations suivantes dans $[-\pi, \pi]$.

a) $\cos(x) + 1 = \frac{1}{2}$.

b) $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

c) $\cos(x) = \frac{3}{2}$.

d) $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2}$.

e) $\sin(x) = 1$.

f) $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$.

g) $\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 2.

Résolvez les inéquations suivantes dans I .

a) $\cos(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $I = [-\pi, \pi]$.

b) $\cos(x) + 1 \leq \frac{1}{2}$ et $I = [-\pi, \pi]$.

c) $\cos(3x) \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $I = \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$.

d) $\sin(2x) > -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $I = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

e) $\sin(2x) < \frac{1}{2}$ et $I = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

f) $\sin(4x) \geq \frac{1}{2}$ et $I = \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$.

II D'autres équations.

$$\cos(a) = \cos(b) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}, a = \pm b + 2k\pi$$

$$\sin(a) = \sin(b) \Leftrightarrow \begin{cases} \exists k \in \mathbb{Z}, a = b + 2k\pi \\ \text{ou} \\ \exists k \in \mathbb{Z}, a = \pi - b + 2k\pi \end{cases}$$

Exercice 3.

Résolvez les équations

1. $\cos(2\theta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2. $1 + 2 \sin(3\theta) = 0$.

Exercice 4.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct (O, \vec{i}, \vec{j}) . Déterminez les entiers n pour lesquels le point M d'affixe $(\sqrt{6} - i\sqrt{2})^n$ appartient à l'axe (O, \vec{u}) .