

## 28 Dériver des fonctions composées.

Nous avons déjà vu en première que si  $u(x) = ax + b$  alors la dérivée de  $x \mapsto g(ax + b)$  est  $x \mapsto ag'(ax + b)$ .

### I Cas général.

#### Proposition 1

Soient :

- .  $I$  et  $J$  des intervalles,
- .  $u : I \rightarrow J$  une fonction définie sur  $I$ ,
- .  $v : J \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction définie sur  $J$ .

Si  $u$  est dérivable sur  $I$  et si  $v$  est dérivable sur  $J$  alors  $v \circ u$  est dérivable sur  $I$  et

$$(v \circ u)' = v' \circ u \times u'.$$

### II Des cas particuliers à connaître par cœur.

Pour  $n \in \mathbb{N}^*$ ,

$$(e^u)' = u'e^u, \quad (\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}, \quad (u^n)' = nu'u^{n-1}, \quad \left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}, \quad \left(\frac{1}{u^n}\right)' = -\frac{nu'}{u^{n+1}}.$$

### III Exercices.

## Exercice 1.

Donnez le domaine de dérivabilité et calculez la dérivée de la fonction  $f$  dans les cas suivants.

a)  $f : x \mapsto \sqrt{-4x^2 + 16}$ .

b)  $f : x \mapsto 4x + 5e^{-2x+3}$ .

c)  $f : x \mapsto \frac{2}{1 + e^{-4x}}$ .

d)  $f : x \mapsto \frac{1}{3x^2 + 9x + 6}$ .

e)  $f : x \mapsto (\sqrt{x} + 3)^4$ .

f)  $f : x \mapsto \frac{3x - 5}{e^{3x-5}}$ .

g)  $f : x \mapsto (2x^3 - 7x)^5$ .

h)  $f : x \mapsto \cos(3x)$ .

i)  $f : x \mapsto \sqrt{3x^2 + 1}$ .

j)  $f : x \mapsto \sqrt{4x^2 + 4x + 1}$ .

k)  $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 3x - 2}$ .

l)  $f : x \mapsto (5x^3 - 4)^2$ .

m)  $f : x \mapsto (5x^4 - 3x + 2)^6$ .

n)  $f : x \mapsto \left(\frac{1}{x+6}\right)^3$ .

## Exercice 2.

Donnez le domaine de dérivabilité, calculez la dérivée de la fonction  $u$  puis donnez son tableau de variation dans les cas suivants.

a)  $h : x \mapsto (2x - 4)e^{-5x}$ .

b)  $h : x \mapsto \sqrt{\frac{2x - 1}{2x + 1}}$ .

c)  $h : x \mapsto e^{2x} + 4e^x - 6$ .

d)  $h : x \mapsto \frac{77}{1 + e^{39-0,02x}} + 4$ .

e)  $h : x \mapsto xe^{-2x} + e^{-2x} + 1 + x$ .

## Exercice 3. C

Calculer une dérivée.

Exercices 53 à 58 page 155 du Sésamath.

## Exercice 4. C

Étudier une fonction.

Exercices 87 à 89 page 158 du Sésamath.

## Exercice 5. C

Étudier une fonction.

Exercices 111 et 112 page 160 du Sésamath.

Exercice 6. C

Étudier une fonction en utilisant monotonie et composition.

Exercices 61 à 64 page 155 du Sésamath.

