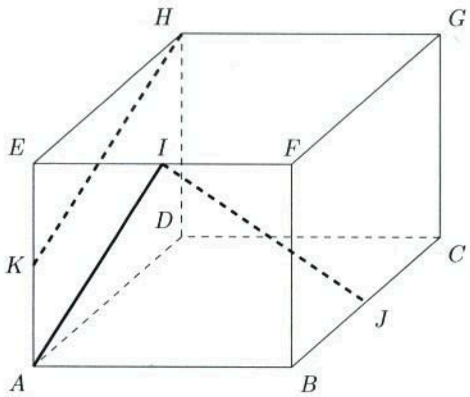
Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases},\ t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases},\ t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse x =e.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

1010

$\frac{12}{20}$

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n\left(1 - 0{,}15u_n\right) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1 - 0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;\,1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f\left(u_n\right)$.

2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

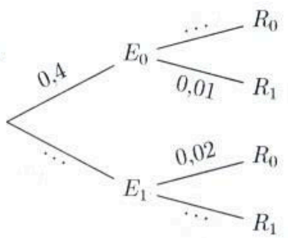
$\frac{11{,}38}{20}$

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

   a. 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

   a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

   a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

   a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

   a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

   a. $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
   Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
   On peut affirmer que :

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

Mardi 15 novembre 2022

Maths

Encore beaucoup de potentiel : au travail.

Encadrez vos conclusions. Les résolutions algébriques d'équations et d'inéquations ne sont pas maîtrisées : à retravailler. Des erreurs étonnantes en probabilité.

Exercice 1

1)a) $I(\frac{1}{2};0;1)$ +

1 $J(1;\frac{1}{2};0)$ + Si vous écrivez $\vec{IJ}$, il faut le réécrire devant les autres coordonnées.

b) Coordonnées de $\vec{IJ}$:

$\cancel{\vec{IJ}}\begin{pmatrix} x_J - x_I \\ y_J - y_I \\ z_J - z_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}-0 \\ 0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$

Montrons que $\vec{IJ}$ est une combinaison linéaire de $\vec{AC}$ et $\vec{AE}$

[Coordonnées de] $\vec{AE}$: $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ [Coordonnées de] $\vec{AC}$: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

↳ Passez à la ligne

+

$$\begin{cases} 0\lambda + 1\mu = \frac{1}{2} \\ 0\lambda + 1\mu = \frac{1}{2} \\ 1\lambda + 0\mu = -1 \end{cases}$$

expliquez vos notations : "soit λ et μ tels que..."

$$\begin{cases} 1\mu = \frac{1}{2} \\ 1\mu = \frac{1}{2} \\ 1\lambda = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu = \frac{1}{2} \\ \mu = \frac{1}{2} \\ \lambda = -1 \end{cases}$$

1 +

Pas d'abréviation : faites des phrases complètes.

$\lambda = -1$ et $\mu = \frac{1}{2}$

+

$\vec{IJ}$ est une combinaison linéaire de $\vec{AC}$ et $\vec{AE}$

donc $\vec{IJ}$, $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ sont coplanaires.

2) Deux droites sont parallèles si et seulement si au moins l'un des vecteurs directeurs de l'une est colinéaire à au moins l'un des vecteurs directeurs de l'autre. + Et pour que 2 vecteurs soient colinéaires, il faut que l'un soit égal à $k \times$ l'autre.

1

vecteur directeur de (d_1) : $\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$ 1) vecteur directeur de (d_2) : $\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$

↳ non +

↳ Ce n'est pas un vecteur

On a $\begin{cases}\frac{1}{1} = 1\\ \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}\\ \frac{2}{3} = \frac{2}{3}\end{cases}$ Comme $1 \neq -\frac{1}{2} \neq \frac{2}{3}$, les droites d_1 et d_2 ne sont pas parallèles

mais seulement ses coordonnées.

(1) 0

↳ Parlez de proportionnalité à ce stade cela explicite votre démarche -

3) Vérifions si le point $L(4;0;3)$ est un point de d_1 :

Notons d_1 passant par L, de coefficient directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$. Le point $L \in d_1$ si et seulement si il existe un réel $t \in \mathbb{R}$ tel que $\vec{AL} = t.\vec{u}$.

Notons $L(4;0;3)$.

Non : c'est un vecteur directeur

Aérez votre rédaction : sautez des lignes.

(1) $\cancel{d_1}$: $\begin{cases}4 = 3+t\\ 0 = 8-2t\\ 3 = -2+3t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4-3 = t\\ 8 = 2t\\ 3+2 = 3t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t = 1\\ t = 4\\ t = \frac{5}{3}\end{cases}$ +

Comme $1 \neq 4 \neq \frac{5}{3}$ alors : ~~le point~~ $L(4;0;3) \notin d_1$ +

pas de mélange math-français.

Exercice 2

Pas de colonnes : vous préparez un examen national la présentation doit être à la hauteur.

(0,5) 1)a) $f(x) = x\ln(x) - x - 2$ +

$f'(x) = 1\ln(x) + 1 - 1 - 0$

$f'(x) = \ln(x)$

des explications sont nécessaires

(0,25) b) $f(e) = e\ln(e) - e - 2$

$= -2$ +

$f'(e) = \ln(e) = 1$ +

$y = \cancel{\frac{-2+n \times 1}{n}}$

$= \cancel{\frac{-2+n}{n}}$

(0) 2) $\ln(x^2+1) > 8$

$\exp[\ln(x^2+1)] > \exp(8)$ +

oh !! $(x^2+1) > 8$ ⟸ magie

$\Leftrightarrow (x+1)(x-1) > 8$

$\Leftrightarrow x+1 > 8$ ou $x-1 > 8$

$\Leftrightarrow x > 9$ ou $x > 7$

Ensemble des solutions

Exercice 3

1 Calculons U_1 :

$$\begin{cases} U_0 = 0{,}6 \\ U_{n+1} = 0{,}75U_n(1-0{,}15U_n) \end{cases}$$

Inutile

$U_1 = [U_{0+1} =] 0{,}75U_0(1-0{,}15 \times U_0)$

(1) $U_1 = 0{,}75 \times 0{,}6 \times (1-0{,}15 \times 0{,}6)$

$\boxed{U_1 = 0{,}4095}$ +

$f(x) = 0{,}75x(1-0{,}15x)$

$f(x) = 0{,}75x - 0{,}1125x^2$ Domaine de dérivabilité ?

$f'(x) = 0{,}75 - 2 \times 0{,}1125x$ +

$\boxed{f'(x) = 0{,}75 - 0{,}225x}$

$f'(x) = -0{,}225x + 0{,}75$

Le signe de a est négatif → "a" car il s'agit d'une fonction affine : dites-le.

Je le vois bien

[Tableau de variation et de signe :]

$x = \dfrac{-0{,}75}{-0{,}225} = \dfrac{10}{3}$

(1)

x	$-\infty$	[0,1]	$\frac{10}{3}$		$+\infty$
signe de $f'(x)$		+	0	−	
var de $f'(x)$	↗		1,25	↘	

+

+

→ Les tableaux doivent être fermés.

Pas d'abréviation.

Donc dans l'intervalle sur [0, 1], f(x) est croissante.

↳ un nombre n'est pas croissant alors qu'une fonction peut l'être

oh !!!

3) $f(x) = x$

$\Leftrightarrow 0{,}75x(1-0{,}15x) = x$

$\Leftrightarrow 0{,}75x = x$ ou $1-0{,}15x = x$

$\Leftrightarrow 0{,}75x - x = 0$ ou $1 - 0{,}15x - x = 0$

$\Leftrightarrow -0{,}25x = 0$ ou $1 - 1{,}15x = 0$

(0) $\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \dfrac{1}{-1{,}15} = -\dfrac{20}{23}$

(2) $S = \{0\}$

2/a) Démontrons que : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq U_{n+1} \leq U_n \leq 1$

Soit $P(n)$: $0 \leq U_{n+1} \leq U_n \leq 1$ +

Initialisation : Vérifions $P(n)$ vraie au rang ~~K~~ 0 :

encore !!

$U_0 = \underline{0,6}$ $U_{0+1} = 0,75 \times 0,6\ (1 - 0,15 \times 0,6) = \underline{0,4095}$ non : inutile et moche surtout sans règle

Or ~~Donc~~ $0 \leq 0,4095 \leq 0,6 \leq 1$

donc $P(0)$ est vrai

Hérédité : Supposons $P(n)$ vraie et démontrons que $P(n+1)$ est vraie

↳ Quel rang n ? 1, 2 ?. Toutes les valeurs ?

+ Soit $n \in \mathbb{N}$,

D'après l'hypothèse de récurrence, C'est pour cela que "Soit n" doit être avant.

$0 \leq U_{n+1} \leq U_n \leq 1$ +

Magie

$0,75 \times 0(1 - 0,15 \times 0) \leq 0,75 U_{n+1}(1 - 0,15 U_{n+1}) \leq 0,75 U_n(1 - 0,15 U_n) \leq$

$0,75 \times 1\ (1 - 0,15 \times 1)$

0,25

$\Leftrightarrow 0 \leq U_{n+2} \leq U_{n+1} \leq 0,6375$

Or $0,6375 \leq 1$

Donc $P(n+1)$ est vraie.

On a démontré par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $0 \leq U_{n+1} \leq U_n \leq 1$. +

1

b) Une suite est convergente si elle est décroissante et minorée

(Ici, elle est bornée par 0 et 1). Si elle est bornée, elle est convergente

D'après les questions précédentes, la suite est convergente.

Cette phrase seule est fausse : elle montre que vous ne comprenez pas ce que vous faites.

c) En passant à la limite dans la formule de récurrence

On a : $U_{n+1} = 0,75 U_n (1 - 0,15 U_n)$

Pas d'équivalence

~~$\Leftrightarrow$~~ $l = 0,75 l\ (1 - 0,15 l)$ +

$\Leftrightarrow l = 0,75 l - 0,1125 \times l^2$

là oui

$\Leftrightarrow l - 0,75 l = -0,1125 l^2$

$\Leftrightarrow 0,25 l = -0,1125 l^2$

$\Leftrightarrow \dfrac{0,25 l}{0,1125} = l^2$

0

$\Leftrightarrow \dfrac{20}{9} l = l^2$

→ Toujours la résolution algébrique d'équation qui pose problème.

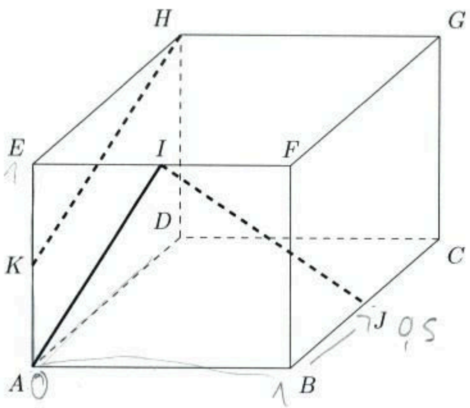
$\Leftrightarrow \dfrac{20}{9} = \dfrac{l \times l}{l}$

$\Leftrightarrow l = \dfrac{20}{9}$ → et si $l = 0$?

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.

   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

   $+\lambda \vec{v} + 0\vec{w} = u = v = w = 0$

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$\overrightarrow{AM}$ $\vec{u}$?

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\,;\,0\,;\,3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

1080

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$.
On note f' sa dérivée et C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.

   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse $x = \mathrm{e}$.

2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

5,75/20

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n(1 - 0{,}15u_n) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1 - 0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;\,1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.

   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.

   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

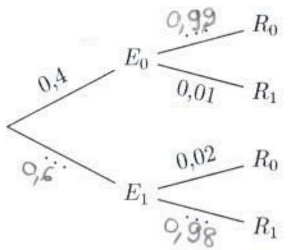
2,41/20

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

   a. 0,99 b 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

   1 +

   a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

   a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

   a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.

On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

   1 +

   a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

   a. $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
   Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
   On peut affirmer que :

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

15/11/2022

Devoir de Math

Encadrez vos conclusions. Les méthodes et rédactions types doivent être travaillées.

Exercice 1 :

0,5

1. (a) $I(0;1;\frac{1}{2})$ et $J(0;1;\frac{1}{2})$

Soyez vigilante : l'ordre des vecteurs du repère est important. Une écriture avec les vecteurs aurait permis d'avoir les points.

b) $\vec{IJ}(0;0;0)$

$\vec{AE}(0;1;0)$

0

$\vec{AC}(0;1;1)$

0,25

2. Les droites d_1 et d_2 ne sont pas parallèles, en effet car les représentations paramétriques comprenant t ne sont pas proportionnelles pour aucune valeur de t. Trop mal formulé : il faut extraire les vecteurs directeurs.

3. Le point $L(4;0;3)$ n'est pas un point de d_1. car ?

0,5

Une équation est une égalité.

Exercice 2 :

1) $f(x) = x\ln(x) - x - 2$

0

$f'(x) = \ln(x)$ soit $\frac{1}{2}$ pour tout $x \in]0;+\infty[$

b) $e\ln(x) - e - 2$ est l'équation de la tangente T

0,25

expliquez votre démarche ce sera plus facile de vous donner des points

2) $\ln(x^2+1) > 8$

$\ln(2\times x+1) > 8$

$2x+1 > \ln(8)$

$2x+1 > 8$

$2x > 7$

$x > \frac{7}{2}$

0

Manipulations algébriques d'exponentielle et logarithme à travailler.

Exercice 3 :

1
1. u_1 ~~vaut~~ 0,4095

2. $f(x) = 0{,}75x(1-0{,}15x)$

C'est de degré 2 ("x^2") donc la dérivée est une fonction affine.

$f'(x) = \cancel{0{,}75(0{,}15)}$
$= \cancel{0{,}1125}$

La fonction f est croissante car 0,1125 est compris dans $[0 ; 1]$

0

x	0		1
$f'(\cancel{x})$		↗	

x	0		1
$f(x)$		+	

C'est en général le contraire qu'on regarde le signe de f' et les variations de f

0
3. $f(x) = x$ est une ~~fonction affine~~ équation (égalité vraie ou fausse)

4. Démontrons par récurrence que pour tout $n \in \cancel{\mathbb{R}}$ $\mathbb{N}$, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

Notons $P(n)$: " $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ " +

* D'une part : $u_0 = 0{,}6$
~~d'autre part : $0 \leq u_n \leq 1$~~
donc $P(0)$ est vraie

$0 \leq 0{,}6 \leq 1$
mais il manque u_1

0,25
* Soit $n \in \cancel{\mathbb{R}}$ $\mathbb{N}$, supposons que $P(n)$ soit vraie et démontrons $P(n+1)$ +

On sait que $u_{n+1} = 0{,}75u_n(1-0{,}15u_n)$ → écrivez en indice (sous la ligne) pour évitez les confusions.

$0 \leq 0{,}75u_n(1-0{,}15u_n) \leq u_n \leq 1$

$-1{,}6 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 0{,}6375$

Conclusion ?

1
b) D'après le théorème de la limite monotone, on sait qu'une suite converge si elle est décroissante et minorée.
Elle est minorée par 0 et décroissante car $u_{n+1} \leq u_n$ +

0
→ C'est n qui tend vers l'infini

c) $\lim\limits_{\cancel{u_n} \to +\infty} 0{,}75 = +\infty$

$\lim\limits_{\cancel{u_n} \to +\infty} 0{,}85 = +\infty$

par somme $\lim\limits_{u_n \to +\infty} u_n = +\infty$

10 90

Mardi 15 Novembre 2022

Math : Contrôle

15,25 / 20

Les conclusions doivent être encadrées. Le vocabulaire n'est pas connu ; les explications et justifications sont par conséquent hasardeuses.
Tangente pas connue. 13,1 / 20

Exercice 1 — C'est un élément de $\mathbb{R}^3$ donc formé de trois réels.

1 — 1. a $I\ (A ; \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} ; 0\ \overrightarrow{AD} ; 1\ \overrightarrow{AE})$

$J\ (A ; 1\ \overrightarrow{AB} ; \frac{1}{2}\ \overrightarrow{AD} ; 0\ \overrightarrow{AE})$ — Vous ne pouvez pas créer vos propres notations : illisible.

b

1 — $\overrightarrow{IJ}$ peut ~~sécri~~ s'écrire par combinaison linéaire de $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{IJ} = -1\overrightarrow{AE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ donc...

2. — C'est un nombre

$d_1 : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 8 - 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ a un coefficient directeur $\vec{u}\ (1 ; -2 ; 3)$ — ceci est un vecteur

$d_2 : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 + t \\ z = 8 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ a ~~pour un coefficient directeur~~ $\vec{v}\ (1 ; 1 ; 2)$

~~Calcul du déterminant~~ : Vous ne calculez pas un déterminant, mais des mineurs

$x'y - xy' = 0$ $\quad 1 \times -2 - 1 \times 1 = 3$

$x'z - xz' = 0$ $\quad 1 \times 3 - 1 \times 2 = 1$

$y'z - yz' = 0$ $\quad 1 \times 3 - (-2) \times 2 = 7$

Très mal dit. — Les droites d_1 et d_2 ~~sont~~ ne sont pas parallèles puisqu'un de leurs coefficients n'est pas proportionnelle et dispose d'un déterminant différent de 0.

Parler de colinéarité serait adapté.

$f(x)$ est un nombre et la dérivée d'un nombre est 0 donc $(f(x))' = 0$.
On ne dérive pas le nombre $(f(x))'$ mais la fonction $f'(x)$.

Exercice 2

1.a) Calculons $(f(x))'$

1

f est sous la forme de $u + v + w$ → Quelles sont ces fonctions?

donc $f' = u' + v' + w'$ ②

Vos notations personnelles doivent être annoncées: "soit", "notons"

$g(x) = x \ln(x)$

g est sous la forme de $u \times v$ — notation à repenser

donc $g' = u'v + uv'$ ① → êtes-vous sûr que ce calcul est licite pour tout $x \in \mathbb{R}$?

avec $u(x) = x$ et $v(x) = \ln(x)$

$u'(x) = 1$ $\quad v'(x) = \frac{1}{x}$

la fonction u n'est pas égale au nombre x. Par contre les nombres x et $u(x)$ sont égaux.

$g'(x) = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x}$

$g'(x) = \ln(x) + 1$

$f'(x) = u'(x) + v'(x) + w'(x)$

$= 1$? $\quad = \frac{1}{x}$?

avec $u = g$ $\quad v(x) = -x \quad w(x) = -2$

$f'(x) = [(\ln(x) + 1)] - 1 + 0$

$f'(x) = \ln(x)$

1 b) $f(e) = e \ln(e) - e$? -2

$f'(e) = \ln(e) = ?$ ok

$f'(e) = 1$

0

$\left.\begin{array}{l} T = ax + b \\ T = x + b \end{array}\right\}$?

Pas de symbolisme personnel.

2. Résolvons $\ln(x^2+1) > 8$

$\ln(x^2+1) > 8$

$\exp[\ln(x^2+1)] > \exp(8)$ $\quad$ → $\exp(x) > 0$

$x^2 + 1 > \exp(8)$

sans intérêt, c'est la monotonie qui ici permet de conclure.

1

$x^2 > \exp(8) - 1$

et $\quad x > \sqrt{\exp(8) - 1}$

$x > -\sqrt{\exp(8) - 1}$

dommage avec "ou" c'était vrai.

Conclusion avec ensemble des solutions?

Exercice 3

1. Calculons u_1

(u_n) définie par : Pourquoi perdre du temps à recopier l'énoncé ?

$$\begin{cases} u_0 = 0,6 \\ u_{n+1} = 0,75 u_n (1 - 0,15 u_n) \end{cases}$$

$u_1 = 0,75\, u_0 \,(1 - 0,15\, u_0)$

$u_1 = 0,75 \times 0,6 \times (1 - 0,15 \times 0,6)$

$u_1 = 0,4095$

1

2. Montrons que f est croissante

f définie sur $[0;1]$

$f(x) = 0,75x(1 - 0,15x)$ Domaine de dérivabilité ?

f est sous la forme de $u \times v$

donc $f' = u'v + uv'$

avec $u(x)\ 0,75x$ $v(x) = 1 - 0,15x$

$u'(x)\ 0,75$ $v'(x) = -0,15$

$f'(x) = 0,75 \times (1 - 0,15x) + (0,75x) \times (-0,15)$

$f'(x) = 0,75 - 0,1125x - 0,1125x$

$f'(x) = -0,225x + 0,75$? $f'(x) = 0$

$-0,225x + 0,75 = 0$

Illisible $x = \dfrac{-0,75}{-0,225}$

x	0	1
signe de $f'(x)$	+ non justifié	
variation de f	0 ↗	$\frac{51}{80}$

$x = \dfrac{10}{3}$

$\dfrac{10}{3} > 1$

4

3. Résolvons $f(x) = x$

~~$u_{n+1} = 0,75 u_n (1 - 0,15 u_n)$~~

$x = 0,75x(1 - 0,15x)$

$x = 0,75x - 0,1125x^2$

$-0,1125x^2 + 0,75x - x = 0$

$-0,1125x^2 - 0,25x = 0$ est un polynôme du second degré.

On a : $a = -0,1125$; $b = -0,25$; $c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (0,25)^2 - 4 \times -0,1125 \times 0$

$\Delta = 0,25^2$ donc il y a deux racines réelles distinctes.

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ $\qquad$ $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \frac{0,25 - \sqrt{0,25^2}}{2 \times -0,1125}$ $\qquad$ $x_2 = \frac{0,25 + 0,25}{-0,225}$ +

$x_1 = 0$ $\qquad$ $x_2 = -\frac{20}{9}$

1

$S = \left\{ 0 ; -\frac{20}{9} \right\}$ $\qquad$ $-\frac{20}{9} \in [0 ; 1]$

oh!!!

donc $S = \{ 0 \}$ +

2a) $P(n)$: " $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ " +, $\forall n \in \mathbb{N}$

Démontrons par récurrence le $P(n)$

* Initialisation

$u_0 = 0,6$

$u_1 = 0,4095$

$0 \leq u_1 \leq u_0 \leq 1$

$P(0)$ est vraie, + $\qquad$ Cela sous-entend une existence qui n'est pas nécessaire.

*Soit $n \in \mathbb{N}$ fixé ~~tel que P(n) est vraie~~, supposons que $P(n)$ est vraie et démontrons $P(n+1)$. +

D'après l'hypothèse de récurrence +

$0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

$0 \leq u_{n+1} \times 0,75 \leq 0,75\, u_n \leq 0,75$ $\qquad$ car $0,75 > 0$

$0 \leq 0,75\, u_{n+1} (1 - 0,15\, u_{n+1}) \leq 0,75\, u_n (1 - 0,15\, u_n) \leq 0,75 (1 - 0,15$

0,25

$0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq 1$ $\qquad$ ↳ ~~car 1 - 0,15~~

C'est une escroquerie pure et simple

$P(n+1)$ est vraie

Conclusion à mettre davantage en évidence et à clarifier

$0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$

1090

Mardi 15 Novembre 2022

Math : Contrôle

Vous l'avez démontré or l'utilisation

Exercice 3 du "si" donne l'impression que vous n'en n'avez pas conscience, il faut donc le proscrire.

(1) 2.b D'après le théorème de la limite monotone si u_n est décroissante et minorée par 0 elle admet une limite. +

2. c $u_{n+1} = 0,75\, u_n (1 - 0,15\, u_n)$ +

En passant ~~par~~ à la limite on a

$\ell = 0,75\ell (1 - 0,15\ell)$

$-0,1125\ell^2 - 0,25\ell = 0$

allergie à la lettre l ?

$u_{n+1} = f(u_n)$ → Qu'est-ce que c'est ?

$-0,1125 x^2 - 0,25x = 0$

f est définie sur l'intervalle $[0;1]$ lesquelles

Donc c'est la même solution que les questions précédentes.

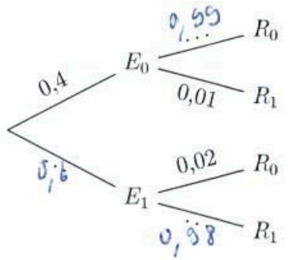
i.e, 0.

(1) ?

$\lim_{n \to +\infty} u_n = 0$ + $\forall n \in \mathbb{N}$? et u_n dans l'intervalle $[0;1]$.

Exercice 4

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

   a. 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

   a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

   a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

   a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

   a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

   a. $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

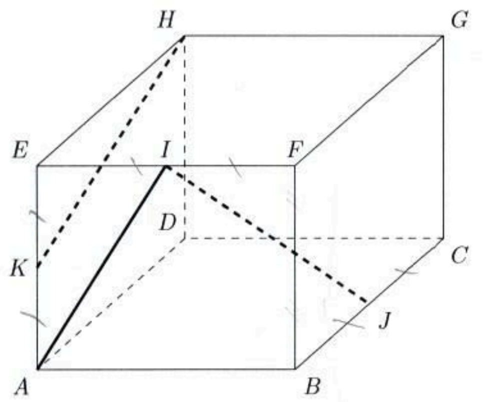
3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
   Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
   On peut affirmer que :

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x &= 3+t \\ y &= 8-2t \\ z &= -2+3t \end{cases},\ t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x &= 4+t \\ y &= 1+t \\ z &= 8+2t \end{cases},\ t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse x =e.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 &= 0{,}6 \\ u_{n+1} &= 0{,}75u_n(1-0{,}15u_n) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1-0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0; 1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

16,9/20

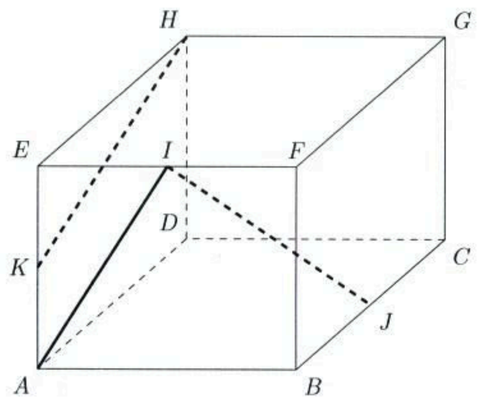
17/20

1130

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases},\ t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases},\ t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $x = \text{e}$.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n(1 - 0{,}15u_n) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1 - 0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

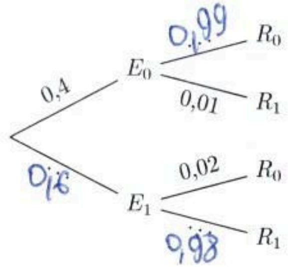
2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

   a. 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

   a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

   a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

   a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

   a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

   a. $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
   Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
   On peut affirmer que :

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

1130 Les manipulations algébriques 15/11/2022 d'exponentielles et de logarithme sont à retravailler.

Exercice 1 :

1.a) -

I a pour coordonnées, d'après le schéma, dans le repère choisi

1 $\left(\frac{1}{2} ; 0, 1\right)$ + et J a pour coordonnées $\left(1 ; \frac{1}{2} ; 0\right)$ +

b) $\vec{IJ}$, $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ sont coplanaires si et seulement si il existe des réels a, b tels que

+

$\vec{IJ} = a\,\vec{AE} + b\,\vec{AC}$

$\vec{IJ} \begin{pmatrix} x_J - x_I \\ y_J - y_I \\ z_J - z_I \end{pmatrix} \vec{IJ} \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} - 0 \\ 0 - 1 \end{pmatrix} \vec{IJ} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$ d'après la question précédente

A $(0 ; 0 ; 0)$; E $(0 ; 0 ; 1)$ et C $(1 ; 1 ; 0)$ d'après le schéma donc

$\overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} x_E - x_A \\ y_E - y_A \\ z_E - z_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \\ z_C - z_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

On a donc le système :

$\begin{cases} \frac{1}{2} = b \\ \frac{1}{2} = b \\ -1 = a \end{cases}$ Vous devriez écrire le système avant d'en donner la solution

+

$b = \frac{1}{2}$ et $a = -1$ sont donc solution du système. +

1

$\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont donc coplanaires. +

2- D'après la représentation paramétrique de d_1,

$\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d_1 +

D'après la représentation paramétrique de d_2

$\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d_2 +

1130 $(d_1) \parallel (d_2)$ si et seulement si

$\exists \lambda \in \mathbb{R}$, $\vec{u} = \lambda . \vec{v}$ ou $\lambda \vec{u} = \vec{v}$ +

Autrement dit si les coordonnées de $\vec{u}$ et les coordonnées de $\vec{v}$ sont proportionnelles

Or

1	1
-2	1
3	2

n'est pas un tableau de proportionnalité +

1

Donc (d_1) et (d_2) ne sont pas parallèles.

3. $L \in d_1$ ssi : $\exists t \in \mathbb{R}$, ~~tel que~~ → Pas de français au milieu d'une phrase mathématique.

$$\begin{cases} 3 + t = 4 \\ 8 - 2t = 0 \\ -2 + 3t = 3 \end{cases}$$

+

Or

$$\begin{cases} 3+t = 4 \\ 8-2t = 0 \\ -2+3t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ -2t = -8 \\ -2+3t = 3 \end{cases}$$

+

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 4 \\ -2+3t = 3 \end{cases}$$

3/7

t ne peut pas avoir comme valeur simultanément -1 et 4. Il n'y a donc pas de solution à ce système.

1 +

I n'appartient donc pas à d_1 !

Exercice 2 :

$g = uv$ avec $u : x \mapsto x$
et $v : x \mapsto \ln(x)$

g est donc dérivable sur $]0 ; +\infty[$

et $u'(x) = 1$; $v'(x) = \frac{1}{x}$

$g' = (uv)' = u'v + uv'$
$g'(x) = \ln(x) + x \times \frac{1}{x}$
$= \ln(x) + 1$

Inutile de trop détailler pour la dérivée de la somme dont l'étude est immédiate.

On a donc

$f' = g' + h'$ avec $g : x \mapsto x\ln(x)$
et $h : -x + 2$

f est donc dérivable sur $]0 ; +\infty[$ ✓

$g'(x) = 1 \times \frac{1}{x} + x \times \ln(x)$ non

et $h'(x) = -1$

1130 $f' = (g+h)' = g' + h' = \cancel{\ln + 1 - 1}$

$$f'(x) = \ln(x)$$

1

La fin est confuse.

2 -

Non ce n'est pas exponentielle.

$\ln(x^2+1) > 8$

$\Leftrightarrow \ln(x^2) \times \ln(1) > 8$

$\Leftrightarrow \exp(\ln(x^2) \times \ln(1)) > \exp(8)$

$\Leftrightarrow x^2 + e^1 > e^8$

0

Donc $S\{ \ \}$

non plus

Exercice 3 :

1- $u_{1+0} = 0{,}75\, u_0\, (1 - 0{,}15\, u_0)$

$= 0{,}75 \times 0{,}6 \times (1 - 0{,}15 \times 0{,}6)$

(1) $\boxed{u_1 = 0{,}4095}$ +

2- $f(x) = 0{,}75\, x\, (1 - 0{,}15\, x)$
$= 0{,}75\, x - 0{,}1125\, x^2$

f est un polynome [de degré 2] donc dérivable sur $\mathbb{R}$ +

Inutile, car vrai quelque soit le degré.

$f'(x) = -0{,}225\, x + 0{,}75$ +

$f'(x)$ est une fonction affine avec $a = -0{,}225$ et $b = 0{,}75$

$f'(x)$ s'annule en $\frac{-b}{a} = \frac{-0{,}75}{-0{,}225}$

Mal dit — et elle tend vers le signe de son coefficient directeur +

Ça fait mauvais genre de ne pas simplifier

Donc

x	$-\infty$		$\frac{-0{,}75}{-0{,}225}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
variation de f		↗	1,25	↘	

+ +

1130 f est donc strictement croissante sur l'intervalle $[0;1]$ car
(1)
d'après son tableau de variation elle est croissante sur $\left]-\infty ; \frac{-0{,}75}{-0{,}225}\right]$ +

3- $f(x) = x \Leftrightarrow 0{,}75x(1-0{,}15x) = x$
$\Leftrightarrow -0{,}1125x^2 + 0{,}75x = x$
+ $\Leftrightarrow -0{,}1125x^2 - 0{,}25x = 0$

On a donc un polynôme de degré 2 avec $a = -0{,}1125$; $b = -0{,}25$ et $c = 0$

Appelons ce polynome $P(x)$

(1)

$P(0) = 0{,}75 \times 0 \times (1 - 0{,}15 \times 0) = 0$ +
$P\left(\frac{-20}{9}\right) = 0{,}75 \times \frac{-20}{9} \times \left(1 - 0{,}15 \times \frac{-20}{9}\right) = 0$

L'ensemble des solutions est donc $S = \left\{0 ; \frac{-20}{9}\right\}$ or $\frac{-20}{9} \notin [0;1]$ + +

2-a Soit $P(n)$: « $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ »
Démontrons par récurrence que $P(n)$ est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Initialisation

$u_0 = 0{,}7$ et $u_1 = 0{,}4095$

ie $0 \leq u_1 \leq u_0 \leq 1$ $P(0)$ est donc vraie +

Hérédité

Soit $n \in \mathbb{N}$.

Admettons $P(n)$ vraie est démontrons $P(n+1)$ +

$0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ d'après l'hypothèse de récurrence +

$f(0) \leq f(u_{n+1}) \leq f(u_n) \leq f(1)$

car f est croissante sur l'intervalle $[0 ; 1]$ +

$0 \leq u_{n+2} < u_{n+1} \leq 0,6375 \leq 1$

d'après la definition de la suite.

$P(n+1)$ est donc vraie.

1

On a demontré par récurrence que +

$\forall n \in \mathbb{N} , \ 0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

n'indiquez que ce qui est nécessaire à votre raisonnement

1130 (1)

(u_n) est donc croissante, minorée par 0 et majoré par 1

X

Donc d'après le théorème de ~~la~~ convergence monotone elle est convergente.

c) La limite l de la suite (u_n) existé car elle décroissante et minorée par 0 et d'après le théorème de la limite monotone, elle admet donc une limite. Déjà dit.

$f(l) = l$ X donc cela revient à resoudre l'équation de la question 3. +

$l = 0$. +

Exercice 4

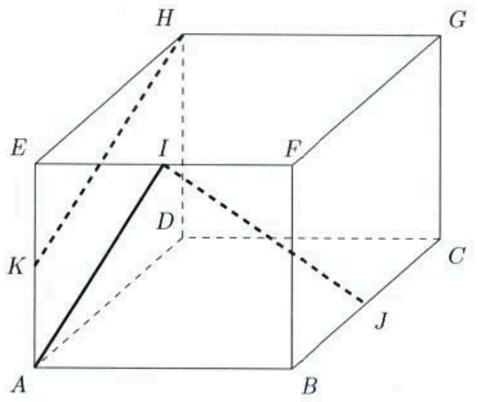
1 - b (1)
2 - c (1)
3 - c (1)
4 - b (1)
1 - d (1)
2 - a (1)
3 - D (1)

9 (9)

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

1140

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $x = \mathrm{e}$.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

3,5/20

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0,6 \\ u_{n+1} = 0,75u_n(1-0,15u_n) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0,75x(1-0,15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0 ; 1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

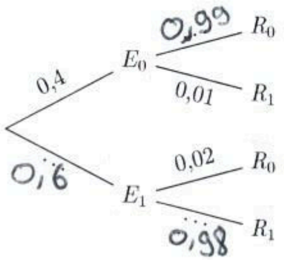
2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

(1) +

a. 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

(1) +

a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

a. $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
On peut affirmer que :

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

Il faut au moins choisir au hasard

1140

Mardi 15 novembre 2022

Devoir de Maths.

Note :	Observations :

Exercice 2 :

1) a - La fonction f est dérivable sur]0 ; +∞[car... ?

On a $f(x) = x \ln(x) - x - 2$

Démontrons que $f'(x) = \ln(x)$.

~~On a~~ donc : → Il faut identifier ici un produit de fonctions.

0,25

$f(x) = x \ln(x) - x - 2$

$f'(x) = \ln(x)\, x - x - 2$

$f'(x) = \ln(x) - 2$

$f'(x) = \ln(x)$

Pour tout x appartenant à]0 ; +∞[f(x) est bien égal à $\ln(x)$. préférez les notations mathématiques

2)

Exercice 3.

1) La suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 0,6 \\ u_{n+1} = 0,75u_n(1-0,15u_n) \end{cases}$

$U_1 = U_{n+1}$

Alors : $U_1 = 0,75 \times 0,6\,(1 - 0,15 \times 0,6)$

$U_1 = 0,45\,(0,91)$

$\boxed{U_1 = 0,4095}$ Encadrez à la règle

1

2) $f(x) = 0,75x\,(1-0,15x)$

$= 0,75x \times 1 - \underbrace{0,75x \times 0,15x}_{x^2}$

$\cancel{f(x) = 0,15x}$

$\cancel{f(x) <]0,1]}$

Donc on a :

x	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$0,15$	$\searrow$

0,25

Encadrez votre tableau à la règle

Pour les variations il faut calculer la fonction dérivée, étudier son signe et après trouver les variations

Exercice 1 :

3) $d_1 : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 8 - 2t \\ z = -2\ 3t \end{cases}$

Le point L a pour coordonnées $(4; 0; 3)$ donc il n'appartient pas à d_1.

expliquez

$\frac{6,75}{20}$

1150 Mardi 15 novembre 2022

Mathématique

Encadrez vos conclusions.
Il faut connaître la dérivée ln : $\ln'(x) = \frac{1}{x}$.
Une utilisation intelligente de la calculatrice doit être mise en œuvre.

$\frac{4,83}{20}$

Exercice 4 :

Partie 1.

1 1) 0,396

1 2) 0,408

3) ~~0,010~~

1 4) 0,016

Partie 2 :

1 1) 0,085

2) ~~0,88~~ 10

3) ~~$N_0 = 17$~~

Si les coordonnées viennent effectivement d'une égalité vectorielle, les coordonnées ne sont que des nombres

Exercice 1 : ?

1)

a. $I\left(\frac{1}{2}\vec{AB} ; 0\vec{AD} ; 1\vec{AE}\right)$ +

1 $J\left(1\vec{AB} ; \frac{1}{2}\vec{AD} ; 0\vec{AE}\right)$ +

même chose

0,5 3) Non. +

Exercice 2 :

1)

a. Démontrons que pour tout $x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = \ln(x)$

$\boxed{\text{On a :}}$

$f(x) = x\ln(x) - x - 2$

0 donc

$f'(x) = \ln(x)$ car la dérivée de $\ln(x)$ est elle-même.

oh !!!

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$\ln(x^2+1) > 8$

0,25 $\exp(\ln(x^2+1)) > \exp(8)$ +

$x^2+1-1 > \exp(8-1)$ → non faites toutes les étapes et vous verrez que cela ne fonctionne pas.

$x^2 > \exp(7)$

$\cancel{\sqrt{x^2} > \sqrt{\exp(7)}}$

$\cancel{x > \sqrt{\exp(7)} - \sqrt{\exp(7)}}$

Ensemble des solutions ?.

1150 Exercice 3 :

1) Calculons u_1 :

$u_1 = u_{n+1}$ non

$u_1 = 0{,}75u_0(1-0{,}15u_0)$

$= 0{,}75\times 0{,}6(1-0{,}15\times 0{,}6)$

$= 0{,}45(1-0{,}09)$

$= 0{,}45\times 0{,}91$

(1) $\boxed{u_1 = 0{,}4095}$ +

2) Montrons que f est croissante sur $[0;1]$:

$f(x) = 0{,}75x(1-0{,}15x)$ C'est un produit $u(x)\times v(x)$

~~$f'(x) = 0{,}75\times(-0{,}15)$~~ ?

Ça ne s'annule pas : il n'y a pas de variable dedans.

x	0	0,2	1
$f'(x)$	−	0	+
f	↗		↗

+

+

Utilisez à minima la calculatrice.

DS de Mathématiques du
Mardi 15 novembre 2022

$\frac{11,25}{20}$

Encadrez vos conclusions. Les automatismes ne sont pas installés, travaillez davantage des sujets de type bac. $\frac{10,69}{20}$

Exercice 4 :

1- ~~x~~

(1) 2- c +

3- ~~x~~

(1) 4- b +

(1) 1- d +

2- ~~d~~

(1) 3- b +

Exercice 1 :

1- a) Donnons les coordonnées de I et S :

(1) $I\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$ + et $S\left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$ +

b) Montrons que $\overrightarrow{IS}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires :

$\overrightarrow{IS}\begin{pmatrix} x_{\cancel{S}I} - x_{\cancel{I}S} \\ y_{\cancel{S}I} - y_{\cancel{I}S} \\ z_{\cancel{S}I} - z_{\cancel{I}S} \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{IS}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ +

De même : $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ et ~~$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$~~ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

On voit que $\overrightarrow{IS} + \overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ et que $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ +

1

Donc les vecteurs $\vec{IJ}$, $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ sont coplanaires

2- Cherchons si d_1 et d_2 sont parallèles :

Dans le plan oui mais pas dans l'espace.

Deux droites sont parallèles si elles ne sont pas sécantes.

En raisonnant par l'absurde, ~~montrons que les droites sont parallèles~~ : montrons qu'elles sont sécantes :

Deux droites sont sécantes lorsqu'elles se coupent en un unique points, donc :

d_1 a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$ et d_2 a pour vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$ → Il y a la possibilité de droites non coplanaires.

1

$\frac{x_{\vec{u}}}{x_{\vec{v}}} = \frac{1}{1} = 1$

Evoquez la proportionnalité

$\frac{y_{\vec{u}}}{y_{\vec{v}}} = \frac{-2}{1} = -2$ or $-2 \neq 1$ donc les droites sont sécantes non : mais elles ne sont pas parallèles

3- Cherchons si $L \in d_1$:

$$\begin{cases} 4 = 3 + t \\ 0 = 8 - 2t \\ 3 = -2 + 3t \end{cases}$$

Expliquez pourquoi vous regardez ce système.

$$\begin{cases} 7 = t \\ -8 = -2t \\ 5 = 3t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7 = t \\ 4 = t \\ \frac{5}{3} = t \end{cases}$$

1

Ainsi $L \notin$ ~~d_2~~ d_1 puisque t prend des valeurs différentes

mal dit : justement t ne peut pas prendre différentes valeurs. Le système n'a pas de solution

Exercice 2 :

1- a) Démontrons que $f'(x) = \ln(x)$:

Introduisez vos notations.

Expliquez pourquoi ~~vous~~ regardez ces fonctions

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ ~~donc~~

Notons $u(x) = x$ $\quad v(x) = \ln(x)$

$u'(x) = 1$ $\quad v'(x) = \frac{1}{x}$

f est de forme $uv = u'v + uv'$ alors:

C'est à partir de ces fonctions qu'on peut dire que c'est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$

TA

non c'est $(uv)'$

$f'(x) = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} - 1$

$= \ln(x) + 1 - 1$

$f'(x) = \ln(x)$

et f n'est pas exactement de ~~fo~~ forme uv.

b) Déterminons une équation de T au point d'abscisse $x = e$:

Non: la formule n'est pas connue.

$y = f'(a)(a-1) + f(a)$

$y = f'(e)(e-1) + f(e)$

Ce n'est pas un calcul d'un nombre, mais une équation, il faut l'écrire en entier.

Or:

$f(e) = \cancel{x}\, e\ln(e) - e - 2$

$f(e) = e \times 0 - e - 2$

$= -e - 2$

Non $\ln(e) = 1$

Et:

$f'(e) = \ln(e)$

$= \cancel{e^0}\ \cancel{0}\ 1$

0

Donc:

~~$y = 0(e-1) + (-e-2)$~~

~~$= e - 1 - e - 2$~~

~~$y = -3$~~

~~2~~

Exercice 3:

1- Calculons u_1:

$u_1 = u_{0+1} = 0,75 \times 0,6(1 - 0,15 \times 0,6)$

$\boxed{u_1 = 0,4095}$

1

2- Montrons que f est croissante sur $[0;1]$ et dressons son tableau de variations : car ?

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et est de la forme $(uv)' = u'v + uv'$

~~donc~~ : en choisissant :

$u(x) = 0,75x$ $\qquad v(x) = 1 - 0,15x$

donc : $u'(x) = 0,75$ $\qquad v'(x) = -0,15$ +

D'où : $f'(x) = 0,75(1-0,15x) + 0,75x - 0,15$

$= 0,75 - 0,1125x - 0,1125x$

~~$f'(x) = 0,0126562 5x + 0,75$~~

toujours pas ! f est de la forme uv mais $(uv) \neq u'v + uv'$

Oh !!! Calculatrice.

D'où le tableau de signe suivant :

x	0	1
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	0 ↗	$0,6375$

+ +

+ car $a > 0$! expliquez le a en parlant d'une fonction affine.

0,75

fonction pas nombre

3- Résolvons dans $[0;1]$, $f(x) = x$

$f(x) = x$

$0,75x(1-0,15x) = x$

$0,75x - 0,1125x^2 - x = 0$

$\cancel{x} - 0,25x - 0,1125x^2 = 0$

$x(-0,25 - 0,1125x) = 0$ +

$x = 0$ ou $-0,25 - 0,1125x = 0$

$x = 0$ ou $-0,1125x = 0,25$

$x = 0$ ou $x = \frac{0,25}{-0,1125}$ $[\approx 2,222]$. +

Or $\frac{0,25}{-0,1125} \notin [0;1]$ donc : $S = \{0\}$ +

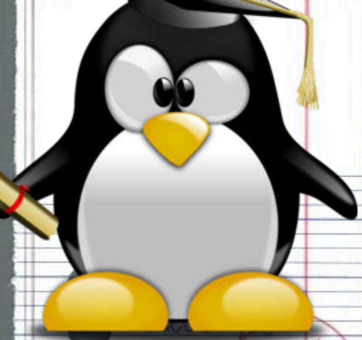
Lien logique ? +

1

2- a) Démontrons par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ +

Notons $P(n)$: " $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ "

Initialisation : $0 \leq 0,4095 \leq 0,6 \leq 1$ +



TA 0,5

$\Leftrightarrow 0 \leq u_1 \leq u_0 \leq 1$ donc $P(0)$ est vraie +

Hérédité : Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons $P(n)$ vraie et démontrons $P(n+1)$ vraie également : +

D'après l'hypothèse de récurrence : +

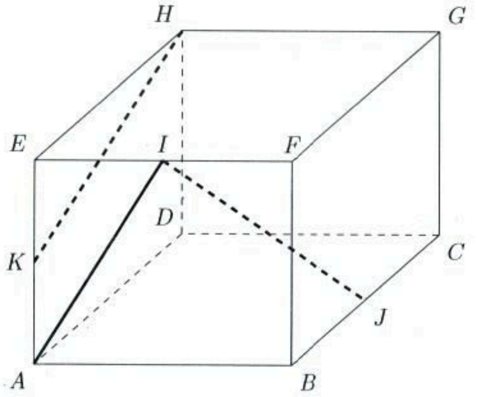
$0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

1190

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases},\ t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases},\ t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

1180

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $x =$e.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n\,(1-0{,}15u_n) \end{cases}$$

8,0/20

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1-0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

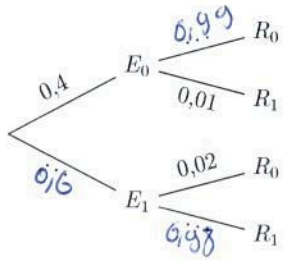
7,93/20

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

1 **a.** 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

1 **a.** 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

1 **a.** 0,915 b. 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

a. $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
On peut affirmer que :

1 **a.** $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

1190 Mardi 15 novembre 2022

Contrôle de maths

Il faut encadrer vos conclusions. Les règles de manipulation algébrique de ln et exp sont à revoir. De même pour des manipulations plus élémentaires d'équations.

Les coordonnées sont des nombres pas des vecteurs.

Exercice 1 :

1a) le point I a pour coordonnées $(\frac{1}{2}\vec{AB}, 0\vec{AE}, 0\vec{AD})$
le point J a pour coordonnées $(\frac{1}{2}-\vec{CB}, 0\vec{CD}, 0\vec{CG})$ L'ordre des vecteurs dans le repère est important.

(6)

1b) $\vec{AE} + \cancel{\frac{1}{2}\vec{AB}} = \vec{AC}$
Inexacte et surtout cette combinaison linéaire ne lie pas les vecteurs demandés

2) Démontrons que d_1 et d_2 sont parallèles.
d_1 a pour vecteur directeur $\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$ qu'on appelera $\vec{u}$ +

d_2 a pour vecteur directeur $\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$ qu'on notera $\vec{v}$

Or deux droites sont parallèle si et seulement si il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $\vec{u} = \lambda\vec{v}$. +
$\frac{1}{1} = 1$; $\frac{-2}{1} = -2$ et $\frac{3}{2} = 1,5$. +

(1)

On en conclut donc qu'il n'y a pas proportionnalité entre les coordonnées donc $\vec{u} \neq \lambda\vec{v}$, d_1 et d_2 ne sont pas parallèles. +

3) Démontrons que $L(4, 0, 3)$ est un point de d_1

+

$$\begin{cases} x = \cancel{t+4} \\ y = \cancel{-2t+0} \\ z = \cancel{3t+3} \end{cases} \qquad \begin{matrix} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{matrix}$$

Donc pour $t=0$ on a bien le point $L(4, 0, 3)$.

On en conclut donc que L appartient à d_1

0,25

↳ Il faut utiliser la représentation paramétrique de d_1 fournie par l'énoncé.

Exercice 2:

1a) Soit $f(x) = x\ln(x) - x - 2$, ~~$f(x) = x^x - x - 2$~~

$f'(x) = \ln(x)$

0

0,25

1b) $f'(e) = \ln(e) = 1$ +

2) $\ln(x^2+1) > 8$ → N'inventez pas : connaissez les règles

~~$\ln(x^2) + \ln(1) > 8$~~

0

$x^2 + 1 > 8$

$x > \sqrt{8} + 1$ ~~$x \to 1$~~

~~$x \to$~~ $x > 1 + 2\sqrt{2}$

Exercice 3:

1) Calculons u_1

$U_{n+1} = 0,7\,U_n(1 - 0,15\,U_n)$ et $u_0 = 0,6$

1

$U_1 = 0,7 \times 0,6(1 - 0,15 \times 0,6) = 0,4095$ +

Passez à la ligne

D'après le tableau c'est $f'\left(\frac{3}{4}\right) = 0$

0,5

2) $f(x) = 0,75x(1 - 0,15x)$, $f(x) = 0,75x - 0,1125x^2$

$f'(x) = 2x \times 0,1125 + 0,75$ + ~~$f'(0) = \frac{3}{4}$~~

Il faut connaître le zéro des fonctions affines : $-\frac{b}{a}$

x	0		$\cancel{\frac{3}{4}}$		1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$\frac{1}{2}$	↗	

$f\left(\frac{3}{4}\right) \approx \frac{1}{2}$

+

↳ Le signe n'est pas justifié.

Résolvons

3) ~~Résoudrons~~ l'équation $f(x)=x$.

$f(x)=0,75x(1-0,15x)=x$

$= x(1-0,15x) = x - 0,75$

$= x = -0,75x = (1+0,15x)$

$x = -0,75x - 0,1125x^2$

$x = 0,75x + 0,1125x^2$

Une équation c'est une égalité.

C'est l'idée de la balance.

Une balance à trois plateaux c'est impensable.

Non les règles de manipulations à revoir.

4a) Notons " P(m) : $0 \leq U_{m+1} \leq U_m \leq 1$ " pour tout $m \in \mathbb{N}$ +

Démontrons par récurrence que P(m) est vrai pour tout $m \in \mathbb{N}$

P(n) ne ne fait pas partie de la phrase, c'est le nom de la phrase.

* Initialisation. Calculons P(0) → P(0) est une phrase pas un nombre : on ne peut calculer une phrase.

D'après l'énoncé $u_0 = 0,6$ et $U_{m+1} = 0,75U_m(1-0,15U_m)$

$u_1 = 0,4095$.

$0 \leq 0,4095 \leq 0,6 \leq 1$

Donc p(0) est vraie +

* Hérédité

Illisible : $u \times n+1$?

Les indices sont sous la ligne.

Soit $m \in \mathbb{N}$, supposons que P(m) est vraie et démontrons que P(m+1) est vraie +

D'après l'hypothèse de récurrence :

Écrivez d'abord l'hypothèse de récurrence sans transformation

$0 \times 0,75 \leq U_{m+1} \times 0,75 \leq U_m \times 0,75 \leq 1 \times 0,75$ → car $0,75>0$

$0(1-0,15U_m) \leq 0,75U_{m+1}(1-0,15U_{m+1}) \leq 0,75U_m(1-0,15U_m) \leq 1\times0,75(1-0,15U$

$0 \leq U_{m+2} \leq U_{m+1} \leq 1$

Non ! vous n'avez pas multiplié par le même nombre

Donc P(m+1) est vraie

$\boxed{\text{On a démontré par récurrence que } \forall m \in \mathbb{N} \quad 0 \leq U_{m+1} \leq U_m \leq 1}$

+

4b) D'après la question précédente et d'après le théorème de la limite monotone, la suite (U_m) est croissante et majorée par 4. La suite converge. +

?

non décroissante minorée.

4c) $\ell = 0,75\ell(1-0,15\ell)$ +

$\boxed{\ell = 4}$

?

0

0,25

0,1

0,25

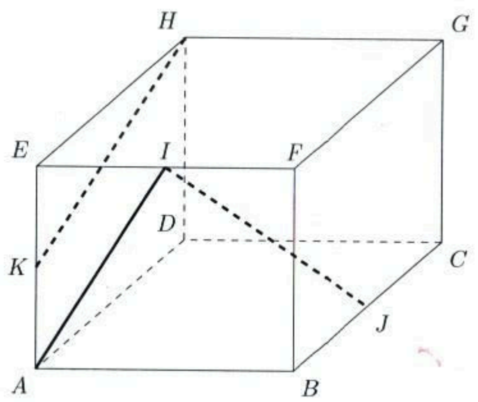
Exercice 4 :

Sur feuille.

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse $x = \mathrm{e}$.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

1230

~~8~~ 4/20

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n(1 - 0{,}15u_n) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1 - 0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;\,1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

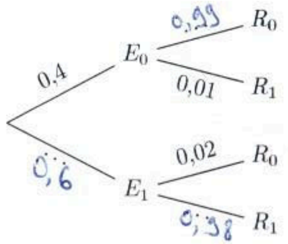
2,76/20

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

1

a. 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931 → Pas de réponse

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

1

a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

1

a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

1

a. $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
On peut affirmer que :

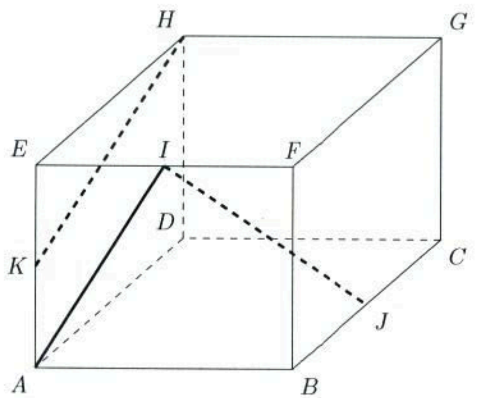
a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

1240

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse x =e.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

1240

$\frac{10,75}{20}$

Exercice 3.

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n(1 - 0{,}15u_n) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1 - 0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0;\ 1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

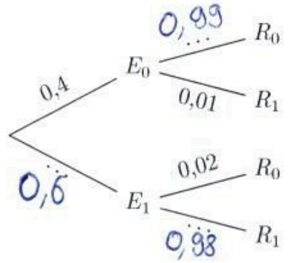
$\frac{9,31}{20}$

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0,4$; $p_{E_0}(R_1) = 0,01$; $p_{E_1}(R_0) = 0,02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

1 +

~~**a.** 0,99~~ **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

1 +

a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

1 +

a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

a. $1 - 0,12^{10}$ **b.** $0,12^{10}$ **c.** $0,88^{10}$ **d.** $1 - 0,88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
On peut affirmer que :

1 +

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

DS : Maths

Encadrez vos conclusions. Tangente à revoir. Dérivation mal maîtrisée ; l'étude de fonction pose apparemment problème ; ne l'acceptez pas.

1) a) Par lecture sur le cube on a :

1

$I\left(\frac{1}{2} ; 0 ; 1\right)$ + et $J\left(1 ; \frac{1}{2} ; 0\right)$ +

b) Recherche des coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} x_J - x_I \\ y_J - y_I \\ z_J - z_I \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} - 0 \\ 0 - 1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$

De même pour $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} x_E - x_A \\ y_E - y_A \\ z_E - z_A \end{pmatrix}$ or $A(0;0;0)$ et $E(0;0;1)$

donc $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Pour finir $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \\ z_C - z_A \end{pmatrix}$ or $C(1;1;0)$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

0

$\left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{IJ}\cdot\overrightarrow{AE} = 0 \\ \overrightarrow{IJ}\cdot\overrightarrow{AC} = 0 \end{array}\right.$ $\overrightarrow{IJ}$ est donc orthogonal à ces deux vecteurs ils sont donc coplanaires

↳ Cela montre au contraire qu'il y a peu de chance qu'ils soient coplanaires.

2. Nous savons que deux droites sont parallèles si 2 de leur vecteurs directeurs sont colinéaires. +

vecteur directeur de $d_1\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ → Ce ne sont pas des vecteurs mais leurs coordonnées

vecteur directeur de $d_2\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Nous constatons que leur vecteurs directeurs ne sont pas

0,5

colinéaires, donc les deux droites ne sont pas parallèles. +

Vous n'avez pas expliqué pourquoi ils ne sont pas colinéaires.

vecteur directeur de d_1	vecteur directeur de d_2
1	1
-2	1
3	2

Pas de mélange

3) Recherche si ~~le point~~ $L(4;0;3) \in d_1$

[nous avons la représentation paramétrique de d_1,]
[plaçons le point L dans cette représentation.]

Entraînez-vous encore.

Ce n'est pas l'équation de la droite : vous regardez ce qui se passe en un point.

$$d_1 : \begin{cases} 4 = 3 + t \\ 0 = 8 - 2t \\ 3 = -2 + 3t \end{cases}$$ +

→ Tout droit.

$$d_1 : \begin{cases} 1 = t \\ -4 = t \\ \frac{5}{3} = t \end{cases}$$ +

Passage mal expliqué.

1

$L \notin$ à d_1 +

Pas de mélange math-français.

Exercice 2)

1. a) Recherche de la dérivée de $f(x)$

$f(x) = x \ln(x) - x - 2$

$f'(x) = 1 \times \ln(x) - 1 - 0$

$f'(x) = \ln(x)$

0

Harry Potter est de retour : doucement sur la mo

b) Recherche de l'équation de la tangente T à la courbe C_f

$y =$

2/

0,25

2) $\ln(x^2+1) > 8$ ~~ln~~

~~$\ln(x^2)+\ln(1)>8$~~ $(x^2+1) > \exp 8$ car exp est strictement croissante +

~~$\ln(x^2 \times 1) > 8$~~ $x^2 > \exp 8 - 1$ +

Là encore vous confondez des nombres et des fonctions :

Exercice 3 / $u(x) = 0,75\,x$: des nombres

1

1) Calcul de u_1

on a $u_0 = 0,6$

donc $u_{0+1} = 0,75\,u_0\,(1-0,15\,u_0)$

$u_1 = 0,75 \times 0,6\,(1-0,15\times 0,6)$ Numérique, inutile

$u_1 = 0,45\,(0,91)$

$u_1 = 0,4095$

2) $f(x) = 0,75\,x\,(1-0,15x)$

$f(0) = 0$; $f(1) = 0,6375$ à justifier

La fonction f semble croissante sur l'intervalle $[0;1]$

Pour étudier les variations de f, nous allons étudier le signe de f' → le nombre n'est pas un produit de fonctions,

f ~~(x)~~ est sous la forme $u \times v$ +

donc on a : $u'v + uv'$ avec $u = 0,75x$ $u' = 0,75$

et $v = (1-0,15x)$ $v' = -0,15$

sans " f' = " ça n'a pas de sens ni d'intérêt.

+

$f'(x) = 0,75\times(1-0,15x) + 0,75x \times (-0,15)$

$f'(x) = 0,75 - 0,1125x + (-0,1125x)$

$f'(x) = 0,75 - 0,1125x - 0,1125x$

réduisez et ordonnez pour identifier la nature de la fonction

Très inquiétant : révélateur d'une méconnaissance des tableaux de signe.

x	0	1
$f'(x)$	$+$	$+$
$f(x)$	$f(0)=0$	$f(1)=0{,}6375$

1 + +

On ne regarde pas ce qui se passe en 0 et en 1 mais ce qui se passe entre les deux.

3) $f(x) = x$

$0{,}75x(1-0{,}15x) = x$

$\cancel{\dfrac{0{,}75x \times 0{,}85x}{x} = 0}$

$\cancel{0{,}75x \times 0{,}85 = 0}$

$0{,}75x \times 0{,}85x - x = 0$

0

2a) Notons $P(n)$: " $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ " +

Démontrons par récurrence $P(n)$

* ~~$0 \leq u_1 \leq u_0 \leq 1$~~ ne l'écrivez que lorsque c'est démontré.

Or $\boxed{\text{on sait que}}$ $u_1 = 0{,}4095$ et $u_0 = 0{,}6$

donc $0 \leq 0{,}4095 \leq 0{,}6 \leq 1$

$P(0)$ est donc vraie +

* Soit $k \in \mathbb{N}$? , supposons que $P(n)$ est vraie, démontrons $P(n+1)$

[On sait que] D'après l'énoncé $u_{n+1} = 0{,}75u_n(1-0{,}15u_n)$

Hypothèse de récurrence $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

[Appliquons la fonction f] +

$f(0) \leq f(u_{n+1}) \leq f(u_n) \leq f(1)$ car f croissante sur...

$0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq 0{,}6375$

1

Nous avons démontrer que $P(n+1)$ est vraie

$P(n)$ est donc vraie pour tout entier naturel n +

1240

0 b) Nous pouvons donc voir que la suite converge vers 1 ?

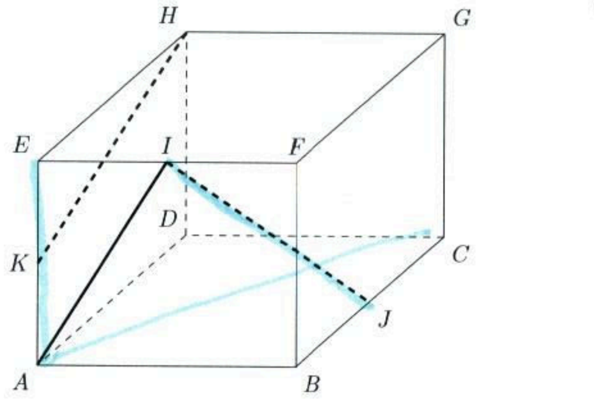
0 c) La limite de la suite est 6, à partir de 7 elle devient négative

1260

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

1260

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse $x = \mathrm{e}$.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

10,25/20

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n(1-0{,}15u_n) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1-0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0;\ 1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

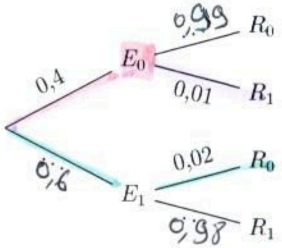
10/20

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

1 **a.** 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

1 **a.** 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

1 **a.** 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

1 **a.** 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

1 **a.** 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

1 **a.** $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
   Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
   On peut affirmer que :

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

1260

Contrôle Mathématiques

15/11/22

Encadrez toutes vos conclusions. Théorème de convergence monotone pas connu.

Exercice 3

1) $u_1 = 0,75\,u_0\,(1 - 0,15\,u_0)$

$= 0,75 \times 0,6\,(1 - 0,15 \times 0,6)$

$\boxed{u_1 = 0,4095}$ +

1

2) $f(x) \geq 0$

$0,75x\,(1 - 0,15x) \geq 0$

$0,75x - 0,1125x^2 \geq 0$

$f(x)$ est un trinôme de degrés deux.

C'est le signe de la fonction dérivée qui permet de connaître les variations d'une fonction.

alors $\Delta = b^2 - 4ac$

$= 0,75^2 - 4 \times 0,1125 \times 0$

$= 0,5625$

$\Delta > 0$, il y a donc 2 racines réelles distinctes :

$* \; x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \dfrac{-0,75 - \sqrt{0,5625}}{2 \times 0,1125}$

$\simeq \cancel{6,67}$ valeur exacte

$* \; x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \dfrac{-0,75 + \sqrt{0,5625}}{2 \times 0,1125}$

$= 0$

$f(x) \geq 0$ lorsque $x \in [0\,;6,67]$ et $[0\,;6,67] \in [0\,;1]$

pas de sens. un intervalle n'appartient pas à un autre intervalle, il est inclus.

donc $\boxed{\cancel{f(x)} \text{ est croissante sur } [0\,;1]}$

les fonctions sont croissantes pas les nombres

x	$-\infty$		0		$6,67$		$+\infty$
f		$-$	0	$+$	0	$-$	
		↘	0	↗	$-0,0025$	↘	

+
+

Pas de colonnes dans vos évaluations

3) * $f(x) = x$

$0,75x\,(1 - 0,15x) = x$ +

$0,75x - 0,1125x^2 = x$

$0,75x - x - 0,1125x^2 = 0$

$0,15x + 0,1125x^2 = 0$

1

donc $\mathcal{S} = \{-1,33 ; 0\}$ Pas de valeur approchée +

un peu succinct

* $\Delta = b^2 - 4ac$

$= 0,15^2 - 4 \times 0,1125 \times 0$

$= 0,0225$ +

$\Delta > 0$, il y a donc deux racines distinctes

x_1 est une racine évidente, $x_1 = 0$

$x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$= \dfrac{-0,15 + \sqrt{0,0225}}{2 \times 0,1125}$

$\simeq 1,33$

4) a) Notons $P(n)$: « $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ » pour tout $n \in \mathbb{N}$ +

Démontrons par récurrence que $P(n)$ est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$

* $0 \leq 0,4095 \leq 0,6 \leq 1$

$\Leftrightarrow 0 \leq u_1 \leq u_0 \leq 1$

donc $P(0)$ est vraie +

0,25

* Soit $n \in \mathbb{N}$

Supposons que $P(n)$ soit vraie et démontrons que $P(n+1)$ l'est aussi. +

D'après l'hypothèse de récurrence

$0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ +

$0 \leq 0,75u_{n+1} \leq 0,75u_n \leq 0,75$

$0 \leq 0,75u_{n+1}(1 - 0,15u_n) \leq 0,75u_n(1 - 0,15u_n) \leq 0,75(1 - 0,15u_n)$

Marge

$0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq 0,75 - 0,1125u_n \leq 1$

donc $P(n+1)$ est vraie

On vient de démontrer par récurrence que $P(n)$ est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$ +

b) La suite possède un minorant 1 et un minoré 0, elle est bornée donc elle converge.

0

↳ pas de dérivation

↳ Théorème pas connu

c)

Exercice 4

→ voir l'énoncé

1260 Exercice 1

1) a) $I~~=~~(\frac{1}{2}\vec{AB} ~~+~~ \vec{AE})$ et $J~~=~~(\vec{AB} ~~+~~ \frac{1}{2}\vec{AD})$

b)

doucement sur les flèches : ce n'est pas clair.

2) d_1 a un vecteur directeur $\vec{u}(1;-2;3)$ +
d_2 a un vecteur directeur $\vec{v}(1;1;2)$

$\vec{u}$	1	-2
$\vec{v}$	1	1

$\times 1$, $\times -2$

$\frac{1}{1} = 1$ ~~est~~ $\frac{-2}{1} = -2$

, d'après le tableau de proportionnalité, d_1 et d_2 ne sont pas colinéaires

$\boxed{\text{donc } d_1 \text{ et } d_2 \text{ ne sont pas parallèlles}}$

ce sont les vecteurs qui sont parallèles, pas les droites.

3) $d_1 = \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases}$

$L \in d_1$ ssi $\exists\, t \in \mathbb{R}$,

$\begin{cases} 4 = 3+t \\ 0 = 8-2t \\ 3 = -2+3t \end{cases}$

$\begin{cases} t = 1 \\ 2t = 8 \\ 3t = 5 \end{cases}$

$\begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \\ t = \frac{3}{5} \end{cases}$ +

t ne peut pas prendre plusieurs valeurs, le système n'a pas de solution.

donc $\boxed{L \notin d_1}$ +

Exercice 2

Il faut en profiter pour parler du domaine de dérivabilité

1) a) * $f'(x) = uv - 1$ avec $u(x) = x$ et $v(x) = \ln(x)$
~~donc~~ soit $u'(x) = 1$ et $v'(x) = \frac{1}{x}$
$uv = u'v * uv'$ non : $(uv)' = u'v + uv'$

(1)

$f'(x) = (1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x}) - 1$
$\boxed{f'(x) = \ln(x)}$

b) $f'(e) = \ln''(e)$ ..
$= \cancel{e}$ non $\ln(e) = 1$

2) $\ln(x^2+1) > 8$
~~$\Leftrightarrow \ln(x^2) \times \ln(1) > 8$~~ non
$\Leftrightarrow 2\ln(x) \times 0 > 8$
$\Leftrightarrow 0 > 8$

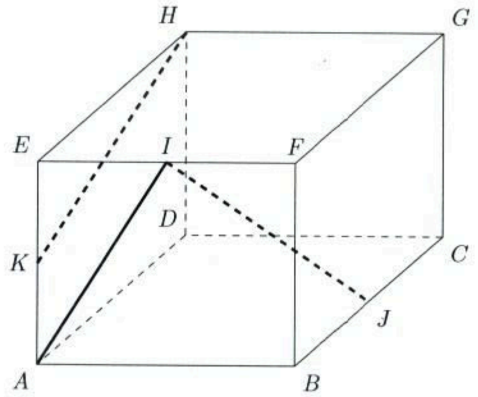
4/4

1270

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A~;~\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.

   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases},\ t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases},\ t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4~;~0~;~3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par :

1270

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0~;~+\infty[$.
On note f' sa dérivée et C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0~;~+\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.

   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse $x = \mathrm{e}$.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

11,75 / 20

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n(1-0{,}15u_n) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1-0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0~;~1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0; 1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.

   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.

   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

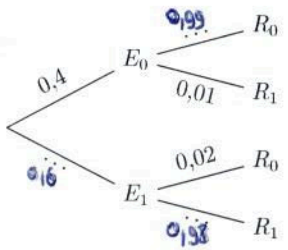
10,69 / 20

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

   a. 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

   1

   a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

   1

   a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

   1

   a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

   1

   a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

   1

   a. $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
   Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
   On peut affirmer que :

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

0 une seule réponse.

$P(B \cap A) = P(B) \times P_B(A)$
$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$
$P(A) = P(B) \times P_B(A) + P(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(A)$

1270 Eval Math.

Les techniques de dérivations à retravailler. Le théorème de convergence monotone n'est pas connu.

Exercice 1:

1

1) Donnons les coordonnées des points I et J dans le plan $(A; \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE})$

longueur car pas de flèche

Vous mettez tout ensemble longueurs (nombres), vecteurs et points.

$I = \vec{AE} + \frac{1}{2} AB$ $\qquad$ $J = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}$?

Pas de vecteurs dans les coordonnées.

$I\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\vec{AB} \\ 0 \\ \vec{AE} \end{pmatrix}$ + $\qquad$ $J\begin{pmatrix} \vec{AB} \\ \frac{1}{2}\vec{AD} \\ 0 \end{pmatrix}$ +

Les coordonnées de points se notent plutôt en ligne.

0

b) Montrons que les vecteurs $\vec{IJ}$, $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ sont coplanaires.

$\vec{AC} = 2\vec{IJ} + 3\vec{AE}$ +

non et comme il n'y a pas d'explication pas de points.

1

2) ~~Montrons~~ Déterminons si les droites d_1 et d_2 sont parallèles.

$\vec{u_1}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u_2}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ +

Quels sont ces vecteurs? Vous devez introduire et expliquez vos notations

$\vec{u_1}$	1	-2	3
$\vec{u_2}$	1	1	2

Illisible : réécrivez à côté de votre tableau. +

$1 \neq -2$ donc comme il y a pas de proportionnalité entre les deux vecteurs directeurs donc d_1 et d_2 ne sont pas parallèles +

+

La proportionnalité est entre les coordonnées pas les vecteurs : les vecteurs sont colinéaires.

Déterminons si

3) ~~Montrons~~ ~~si~~ le point L appartient à la droite d_1 :

$L(4;0;3)$

$L \in d_1$ ssi $\exists t \in \mathbb{R}$,

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases} \qquad \begin{cases} 4 = 3+t \\ 0 = 8-2t \\ 3 = -2+3t \end{cases} \iff \boxed{\begin{cases} 1 = t \\ 4 = t \\ \frac{5}{3} = t \end{cases}}$$

(1)

L n'appartient pas à la droite d_1. car le système n'a pas de solution.

Exercice 2 :

1) Démontrons que pour tout x appartenant à $]0;+\infty[$ on a $f'(x) = \ln(x)$

$f(x) = x\ln(x) - x - 2$

$f'(x) = \frac{u'}{v}$

$f'(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(x)}$

$\boxed{f'(x) = \ln(x)}$

Incompréhensible.
Qu'est-ce que h ? Comment d'autre voyez-vous un quotient dans l'expression de f ?

(0)

b) Déterminons une équation de la tangente T de la courbe $\mathcal{C}_f$.

$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

$\boxed{y = f'(e)(x-e) + f(e)}$ Il fallait calculer.

(1)

Pas de colonne : nouvelle page, nouvelle feuille.

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\ln(x^2+1) > 8$

$\ln(x^2+1) > 8$

$\exp(\ln(x^2+1)) > \exp(8)$

$x^2+1 > \exp(8)$

$x^2 > \exp(8) - 1$ non.

$\boxed{x > \sqrt{\exp(8)-1}}$ $\quad$ ~~$\sqrt{\exp(8)-1} \approx 54,589$~~

$x > 54,589$

Ensemble des solutions ?

(0,5)

1270

Suite

Exercice 3:

1) Calculons u_1

$u_0 = 0,6$ et $u_{n+1} = 0,75\,u_n(1-0,15u_n)$ donc

$u_{0+1} = 0,75\,u_0(1-0,15u_0)$

$u_1 = 0,75 \times 0,6(1-0,15\times 0,6)$

$\boxed{u_1 = 0,4095}$

1

+

2) Montrons que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0;1]$.

C'est le signe de f' qu'il faut indiquer.

$f(x) = 0,75x(1-0,15x)$

$f(0) = 0,75\times 0(1-0,15\times 0)$

$\boxed{f(0) = 0}$

$f(1) = 0,75\times 1(1-0,15\times 1)$

$\boxed{f(1) = 0,6375}$

~~oh! C'est les variations de f qui~~

$f(0) < f(1)$

Entre les deux elle peut changer dix fois de sens de variation.

$0,75x - 0,1125x^2$

x	0	1
$f(x)$	0 +	
variation $f(x)$	0 ↗	0,6375

$f(x)$ admet deux racines 0 et $\frac{20}{3}$

$\frac{20}{3} \approx 6,7$.

+

0,5

f(x) est un nombre, et un nombre ne varie pas, ce sont les fonctions comme f, qui varient!

3) Résolvons dans l'intervalle $[0;1]$ l'équation $f(x) = x$

?

$0 \leq f(x) \leq 1$

$\boxed{0 \leq x \leq 1}$

?

2a) Démontrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$.

Soit $P(n)$: $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$: +

Initialisation :

Calculons $P(0)$

Déjà calculé.

• $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

d'une part $u_0 = 0,6$ d'autre part $u_{n+1} = 0,75 u_n (1 - 0,15 u_n)$

$u_1 = 0,4095$

donc $\boxed{0 \leq 0,4095 \leq 0,6 \leq 1}$

$\boxed{0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1}$

Pour quel n ? Si c'est pour tout $n \in \mathbb{N}$, il n'y a plus rien à faire.

$P(0)$ est vrai. +

Hérédité.

Supposons que $P(n)$ est vrai et démontrons que $P(n+1)$ est également vrai.

Hypothèse de récurrence :

Visiblement vous ne comprenez pas ce que c'est.

$0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

$0 \leq -0,15 u_{n+1} \leq -0,15 u_n \leq -0,15$ → Non : multiplier par un nombre négatif change le sens.

$1 \leq 1 - 0,15 u_{n+1} \leq 1 - 0,15 u_n \leq 1 - 0,15$

$0,75 u_n \leq 0,75 u_n (1 - 0,15 u_{n+1}) \leq 0,75 u_n (1 - 0,15 u_n) \leq 0,75 u_n (1 - 0,15)$

0,25

$\boxed{0,75 u_n \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq 0,75 u_n (1 - 0,15)}$

Magie ?

On a démontré par récurrence que $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ +

b) Déduisons que la suite converge.

(u_n) a à la fois un majorant et un minorant donc elle est convergente.

0

On peut le prouver grâce aux questions précédentes.

↳ Apparemment pas connu.

21

1270 · Suite

b) Déterminons la limite de la suite (u_n)

$\lim_{n \to +\infty} u_{n+1} = \lim_{n \to +\infty} u_n = \ell.$

$u_{n+1} = u_n$ non

$\cancel{0,75u_n(1-0,15u_n) = u_n}$

$0,75\ell(1-0,15\ell) = \ell$

$0,75\ell - 0,1125\ell = \ell$

oh!!!
Les techniques de développement sont à revoir

$0 = \ell - 0,75\ell + 0,1125\ell$

$0 = 0,3625\ell$

$\frac{0}{0,3625} = \ell$

$\boxed{0 = \ell}$

0,5

~~(u_n) a pour limite 0.~~ $\lim_{n \to +\infty} (u_n) = 0$

12 80

Mardi 15 Novembre 2022

Evaluation de Maths

$\frac{16,75}{20}$

Encadrez vos conclusions. Quelques rédactions sont à revoir.

$\frac{16,55}{20}$

Exercice 1 -

1) a) Calcul des coordonnées de I :

Les coordonnées de E sont : $E(0;0;1)$

Les coordonnées de F sont : $F(1;0;1)$

I milieu de [EF], donc :

$$x_I = \frac{x_E + x_F}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_I = \frac{y_E + y_F}{2} = 0$$

$$z_I = \frac{z_E + z_F}{2} = 1$$

+

Ainsi, $I\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$

+

~~Cat~~ De même :

Coordonnées de B : $B(1;0;0)$

Coordonnées de C : $C(1;1;0)$

J milieu de [BC], donc :

$$x_J = 1$$

$$y_J = \frac{1}{2}$$

$$z_J = 0$$

+

1 Ainsi, $\cancel{J\begin{pmatrix}1\\ \frac{1}{2}\\ 0\end{pmatrix}}$ $J\left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$

C'est un repère pas un plans.

b) Soit : · $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ appartenant au même plan ? $(A ; \vec{AB} ; \vec{AD} ; \vec{AE})$

Montrons $\vec{IJ}$ une combinaison linéaire de $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$:

D'après la relation de Chasles :

$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$

$\Leftrightarrow \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$

et, $\vec{IJ} = -\vec{AI} + \vec{AJ}$

$\Leftrightarrow \vec{IJ} = -(\vec{AE} + \vec{EI}) + (\vec{AB} + \vec{BJ})$

$\Leftrightarrow \vec{IJ} = -(\vec{AE} + \frac{1}{2}\vec{EF}) + (\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC})$

$\Leftrightarrow \vec{IJ} = -(\vec{AE} + \frac{1}{2}\vec{EF}) + (\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{BC})$

$\Leftrightarrow \vec{IJ} = -\vec{AE} - \frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{BC}$

$\Leftrightarrow \vec{IJ} = -\vec{AE} - \frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AD}$

$\Leftrightarrow \vec{IJ} = -\vec{AE} + \vec{AC} - \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD})$

$\Leftrightarrow \vec{IJ} = -\vec{AE} + \vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AC}$

$\Leftrightarrow \vec{IJ} = -\vec{AE} + \frac{1}{2}\vec{AC}$

· Ce ne sont pas des équations mais 1 calcul

(1)

Ainsi, $\vec{IJ}$ est combinaison linéaire de $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$, et $\vec{IJ}$, $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ sont coplanaires.

2) Soit : · $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$ ~~le~~ un vecteur directeur de d_1 ;

· $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$ ~~le~~ un vecteur directeur de d_2.

· ~~$\lambda \in \mathbb{R}$~~.

$d_1 \parallel d_2$ si et seulement si :

$\exists \lambda \in \mathbb{R}$, $\vec{u} = \lambda . \vec{v}$ ou $\lambda\vec{u} = \vec{v}$.

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix} = \lambda\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$ Pas de calcul avec des coordonnées : il faut faire un système.

1280

$\cancel{\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \times 1 \\ \lambda \times 1 \\ \lambda \times 2 \end{pmatrix}}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 1 \\ \lambda = -2 \\ 2\lambda = 3 \end{cases}$ +

(1)

Or, $1 \neq -2$

donc, il n'y a pas de solutions.

Ainsi, $d_1 \not\parallel d_2$. +

3) $L \in d_1$ si : +

$\exists t \in \mathbb{R}, \begin{cases} x_L = 3 + t \\ y_L = 8 - 2t \\ z_L = -2 + 3t \end{cases}$

$\begin{cases} 4 = 3 + t \\ 0 = 8 - 2t \\ 3 = -2 + 3t \end{cases}$ +

(1)

$\begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \\ t = \frac{5}{3} \end{cases}$ Or, $1 \neq 4 \neq \frac{5}{3}$ +

Donc, $L \notin d_1$. +

Exercice 2 -

Ces notations sont subjectives, expliquez votre choix.

1) a) $f(x) = x \ln(x) - x - 2$

$f'(x) = (u \times v)' - 1$

$= \ln(x) + x\left(\frac{1}{x}\right) - 1$ +

Domaine de dérivabilité ?

1

$= \ln(x) + 1 - 1$

$f'(x) = \ln(x)$

b) ~~Pour $x = e$~~

Équation de la tangente T pour $x = a$:

$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Pour $a = e$:

$y = f'(e)(x-e) + f(e)$

e

$= \ln(e^1)(x-e) + e\ln(e^1) - 2$

0,75

$= 1(x-e) + e \times 1 - 2$

$= x - e + e - 2$

$y = x - 2$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$ $\ln(x^2+1) \geq 8$:

$\ln(x^2+1) \geq 8$

$\iff \exp(\ln(x^2+1)) \geq \exp(8)$

$\iff x^2 + 1 \geq e^8$

$\iff x^2 \geq e^8 - e^0$

$\iff x^2 - (e^8 - 1) \geq 0$

$\iff x^2 - \sqrt{e^8-1}^2 \geq 0$

On a une identité remarquable, donc :

$\iff (x - \sqrt{e^8-1})(x + \sqrt{e^8-1}) \geq 0$

0,75

Ainsi, $S = \{-\sqrt{e^8-1} ; \sqrt{e^8-1}\}$.

Les solutions de l'équation ne sont pas solutions de l'inéquation.

Exercice 3 -

1280

1

1) $u_1 = 0,75 \times u_0 (1 - 0,15 \times u_0)$

$u_1 = 0,75 \times 0,6 (1 - 0,15 \times 0,6)$

$u_1 = 0,4095$ +

La dérivée d'un nombre est 0. Pas de calcul.

2) Calculons la dérivée de $f(\cancel{x})$:

$f(x) = 0,75x(1 - 0,15x)$

$f(x)$ est sous la forme $u \times v$ Expliquez votre choix.

Or, $(u \times v)' = u'v + uv'$:

$f'(x) = 0,75(1 - 0,15x) + 0,75x \times (-0,15)$

$= 0,75 - 0,1125x - 0,1125x$

$f'(x) = 0,75 - 0,225x$ +

Résolvons $f'(x) \geq 0$:

$0,75 - 0,225x \geq 0$ +

$\Leftrightarrow -0,225x \geq -0,75$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{0,75}{0,225}$, car $-0,225 \leq 0$

$\Leftrightarrow x \leq 3,333$ (arrondi au millième).

[Tableau de signe et variation :]

x	0		3,333		1
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	0	↗	3,75	↘	0,638

~~$f(3,333) \simeq 3,75$~~

$f(0) = 0$

$f(1) \simeq 0,638$

Fermez vos tableaux

(1)

x	0	1
$f'(x)$	$+$	
$\cancel{f(x)}$	0 ↗	$0,638$

fonction, pas nombre

+

+

3) Résolvons $f(x) = x$:

$~~0,75x(1-0,15x) = x~~$

$~~\Leftrightarrow 1 - 0,15x = \frac{1}{0,75}~~$

$~~\Leftrightarrow -0,15x = \frac{1}{0,75} - 1~~$

$~~\Leftrightarrow x = \frac{\frac{1}{0,75} - 1}{-0,15}~~$

$~~\Leftrightarrow x = -\frac{0,25}{0,1125} < 0~~$

$0,75x(1-0,15x) = x$

$\Leftrightarrow 0,75x - 0,1125x^2 =$

$\Leftrightarrow 0,25x - 0,1125x^2 =$ ok

$\sqrt{\Delta} = 0,25$?

$x_1 = 0 \qquad x_2 = \frac{0,5}{0,225}$

(1)

Ainsi, dans $[0;1]$, $S = \cancel{\emptyset}\ \{0\}$ +

4) a) Notons $P(n)$: " $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ ", pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Démontrons $P(n)$ par récurrence :

- Démontrons $P(0)$:

$u_1 = 0,4095$

$u_0 = 0,6$

Or, $0 < 0,4095 < 0,6 < 1$ +

donc, $P(0)$ est vraie

- Soit $n \in \mathbb{N}$,

Supposons $P(n)$ vraie, démontrons

Vous ne comprenez visiblement pas ce que vous faites : non démontré !

1280

$\mathcal{P}(n+1)$:

d'après ~~la formule~~ l'hypothèse de récurrence :

$0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

Or, d'après la question 2 et, on remarque que (u_n) est décroissante sur* donc :

~~Ainsi~~

$0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq 1$

* sur $[0 ; 1]$

0,25

Ainsi, $\mathcal{P}(n+1)$ est vraie.

Nous avons alors démontré par récurrence que :

$\forall n \in \mathbb{N},\ 0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$.

b) On sait : $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

Or, d'après le théorème de ~~la~~ convergence ~~suite~~ monotone ? :

Toute suite réelle décroissante et minorée est convergente.

1

Ainsi, (u_n) est convergente.

Déjà vrai dans l'énoncé.

c) ~~Soit~~ $u_{n+1} = 0,75\, u_n\, (1 - 0,15\, u_n)$

~~En remplaçant les suites par leurs limites~~ ℓ, on a :

"En passant à la limite dans l'égalité :

$\ell = 0,75\, \ell\, (1 - 0,15\, \ell)$

$\Leftrightarrow x = f(x)$

~~$\Leftrightarrow x = \frac{0,25}{0,1125}$~~

$\Leftrightarrow \ell = \frac{0,25}{0,1125}$ 0

Distinguer f et ℓ. Faites un effort ou $\ell = \dots$

~~Exercice 3~~

Exercice 4 -

1 1) b 1 2) c 1 3) c

1 4) b

1 1) d ~~2) d~~ 1 3) b

1280

Exercice 3 -

3) Résolvons $f(x) = x$:

$0,75x\,(1 - 0,15x) = x$

$\Leftrightarrow 0,75x - 0,1125x^2 = x$

$\Leftrightarrow -0,25x - 0,1125x^2 = 0$

$\sqrt{\Delta} = 0,25$ or, $\Delta > 0$, donc 2 solutions

$x_1 = 0$ $x_2 = \frac{0,5}{0,225}$

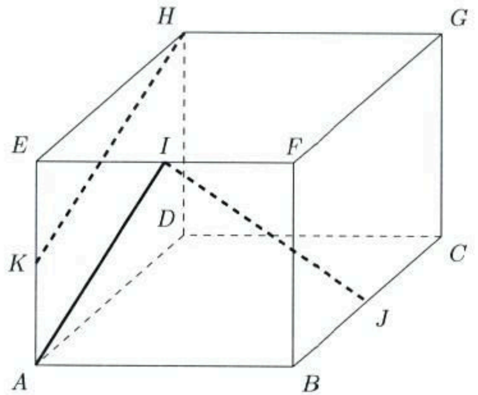
Dans $[0;1]$, $S = \{0\}$

1290

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

1290

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse x =e.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n(1 - 0{,}15u_n) \end{cases}$$

15/20

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1 - 0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0 ; 1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

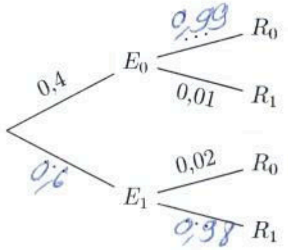
12,76

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

   a. $\cancel{0{,}99}$ **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

1

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

   a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

1

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

   a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

1

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

   a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

   a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

1

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

   a. $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
   Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
   On peut affirmer que :

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $\cancel{N_0 = 19}$ **d.** $N_0 = 20$

①

Evaluation - Math - 15/11/2022

Encadrez vos conclusions. Bien, quelques ~~cependant~~

1290 réductions - méthodes à revoir : passage à la limite dans une égalité, convergence monotone.

Exercice 1 :

Les coordonnées de points se notent plutôt en ligne.

1a) $I\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\0\\1\end{pmatrix}$ + $J\begin{pmatrix}1\\\frac{1}{2}\\0\end{pmatrix}$ +

(1)

b) On peut ~~I~~ dire en regardant la figure +

(1) que $\vec{IJ} = -\vec{AE} + \frac{1}{2}\vec{AC}$ +

Ces vecteurs sont donc bien coplanaires +.

"confondue" n'est pas un cas distinct, c'est un cas particulier de parallèles.

2) Les droites d_1 et d_2 sont parallèles [ou confondues] si 2 de leurs vecteurs directeurs u_1 et u_2 sont colinéaires + +

$u_1\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ $u_2\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$ on regarde donc : $\frac{x_{u_1}}{x_{u_2}} = 1$

$\frac{z_{u_1}}{z_{u_2}} = 1,5$ $\frac{y_{u_1}}{y_{u_2}} = 2$ +

$1 \neq 2 \neq 1,5$ on ne peut pas mettre ces vecteurs sous la forme $u_1 \times \lambda = u_2$ ils ne sont donc pas

(1) colinéaires. - ou $u_1 = \lambda u_2$

d_1 et d_2 ne sont donc pas parallèles. +

②

3) $L \in d_1$ seulement si, ~~pour~~ il existe $t \in \mathbb{R}$ tel que :

$$\begin{cases} 3 + t = 4 \\ 8 - 2t = 0 \\ -2 + 3t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$$

1

L n'est pas un point de d_1 aucune valeur de t ne permet de l'obtenir.

Exercice 2 : Est-ce lisible?

1a) On dérive $f(x) = x\ln(x) - x - 2$:

1

$f'(x) = \ln(x) + \frac{x}{x} - 1 = \ln(x) + 1 - 1$ +

$= \ln(x)$ expliquez

b) [On note T la tangente à la courbe C_f] déterminons son équation : Déjà fait par l'énoncé !

$y = f'(a)(a - x) - f(a)$ ⊖

Pour $a = e$ on a :

0,75

$y = \ln(e)(e - x) - e\ln(e) + e + 2$ +

$y = 1(e - x) - e + e + 2$ +

$y = e - x + 2$

2) $\ln(x^2 + 1) > 8$

$x^2 + 1 > e^8$ +

0,25

$x^2 > e^8 - 1$ +

$x > \sqrt{e^8 - 1}$

oh !!!

(3)

1290

Exercice 3 :

1) $u_1 = 0,75 u_0 (1 - 0,15 u_0)$
$= 0,75 \times 0,6 (1 - 0,15 \times 0,6)$
$= 0,45 \times 0,91 = 0,4095$ +

(1)

2) $f(x) = 0,75x(1 - 0,15x)$
$= 0,75x - 0,1125x^2$

Domaine de dérivabilité ?

$f'(x) = -0,225x + 0,75$ +

On cherche à savoir si $f'(x) > 0$ sur l'intervalle $[0;1]$:

$-0,225x + 0,75 > 0$ Lien logique +

Pas de valeur approchée dans la résolution de l'inéquation

$0,75 > 0,225x$

$3,33 > x$

$f'(x)$ est strictement positif sur $]-\infty ; 3,33]$ donc $f(x)$ est bien croissante sur $[0;1]$.

Strictement

(1)

x	0	1
$f'(x)$	+	
$f(x)$	0 ↗	0,6375

+ +

3) Calculons x pour quand $f(x) = x$:

~~$0,75x(1 - 0,15x) = x$~~

~~$1 - 0,15x = 1,333$~~

④

~~$0,15x = 2,333$~~

~~$x \simeq 15,553$~~

J'ai cru que c'était "1" Appliquez-vous

$0,75x - 0,1125x^2 = x$

$-0,1125x^2 - 0,25x = 0$ + 8

$1 = 0,0625 - 4 \times -0,1125 \times 0)$ Formule littérale...

$= 0,0625$ Étude du signe de Δ.

$x_1 = \dfrac{-0,25 + \sqrt{0,0625}}{2 \times -0,1125} = 0$ +

1

$x_2 = \dfrac{-0,25 - \sqrt{0,0625}}{2 \times -0,1125} \simeq 2,2$ +

Donc dans l'intervalle $[0;1]$ $S = \{0\}$ +

non : ~~ext~~ inexacte ambiguë.

2a) Soit $P(n), \forall n \in \mathbb{N}$, " $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ "

Démontrons par récurrence $P(n)$:

* $0 \leq u_1 \leq u_0 \leq 1$

$0 \leq 0,4095 \leq 0,6 \leq 1$

$P(0)$ est vraie

1 +

Non : l'hérédité n'est pas comprise.

* On suppose que $P(n)$ est vraie, démontrons $P(n+1)$: " $0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq 1$ " $\forall n \in \mathbb{N}$:

$0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq 1$ car...?

$0 \leq f(~~u_{n+1}~~) \leq f(u_n) \leq 1$ car ...?

* $P(n+1)$ est vraie car $f(x)$ est croissante sur $[0;1]$

Apparemment mal compris.

or $u_{n+1} \leq u_n$ donc $f(u_{n+1}) \leq f(u_n)$.

Concluez votre démonstration par récurrence.

b) Si $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ on peut dire ~~grâce au~~ que la suite u_n converge vers 0

0

c) Si $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$ et que on peut dire que $l = 0$

non

1360

DS de Maths

$\frac{15,75}{20}$

→ Désolé pour la rature. Encadrez vos conclusions. Attention de ne pas se précipiter.

$\frac{15,17}{20}$

Ex 1)

(1)

1) a) $I \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ + $J \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ +

(0,5)

b) Démontrons que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires

Autrement dit $\overrightarrow{IJ} = \lambda . \overrightarrow{AE} + \mu . \overrightarrow{AC}$ avec λ et $\mu \in \mathbb{R}$

il existe $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ tels que

D'après le schéma ~~si~~-dessus +

$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} . \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{IJ} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$ +

$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}$ → Il reste celui-ci

2) Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ~~les~~ des vecteurs directeurs respectifs des droites d_1 et d_2. +

Démontrons que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

autrement dit que $\vec{u} = \lambda . \vec{v}$ ou $\lambda \vec{u}' = \vec{v}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$

Pas expliqué...

$\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\lambda = \frac{1}{1} = 1$ or $1 \neq 2$

$\lambda = \frac{2}{1} = 2$ donc $\vec{u}$ n'est pas égale $\lambda . \vec{v}$

(1) +

~~donc~~ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires donc d_1 et d_2 ne sont pas parallèles

3) Démontrons que $L(4;0;3) \in d_1$

autrement dit:

$\exists t \in \mathbb{R}$ tq

$$\begin{cases} 3+t = 4 \\ 8-2t = 0 \\ -2+3t = 3 \end{cases}$$

+

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -4 \\ -2+3t = 3 \end{cases}$$

+

(1)

$L \notin d_1$ car t devrait être égale à simultanément à 1 et -4. +

Ex 2) 1(a) $f(x) = x \ln(x) - x - 2$

$g(x) = x \ln(x)$ $g = uv$ +

avec $u(x) = x$ $v(x) = \ln(x)$

donc: $u'(x) = 1$ $v'(x) = \frac{1}{x}$

2/6

1360 $g' = u'v + uv'$ /

$g'(x) = \ln(x) + 1$ +

(1)

$f'(x) = \ln(x) + 1 - 1$
$= \ln(x)$

b) $y = f'(a)(a-x) + f(a)$ +

(1)

$y = e - x - 2$ + +
$y = -x + e - 2$ +

2)
$\ln(x^2+1) > 2$ Le logarithme n'est pas linéaire.
$\Leftrightarrow \cancel{\ln(x^2) + \ln(1)} > 2$
$\Leftrightarrow \ln(x^2) > 2$
$\Leftrightarrow x^2 > e^2$
$\Leftrightarrow x > e$

(0) +

$x \in]e; +\infty[$

Ex 3) 1) $u_1 = 0,75\, u_0 (1 - 0,15\, u_0)$
$u_1 = 0,4095$ +

(1)

$f(x) = 0,75x(1 - 0,15x)$
$= 0,75x - 0,1125x^2$
Domaine de dérivabilité ?
$f'(x) = 0,75 - 0,225x$ /

3/6

Il y a une fonction affine ? Dites-le.

$\frac{-b}{a} = \frac{-0,75}{-0,225} = \frac{10}{3}$

0,5

x	0		$\frac{10}{3}$? 1		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	0	↗	$1,25$	↘	$0,6375$

Pas expliqué

3) ~~0,75x (1-0,15x)~~

$0,75x - 0,1125x^2 = x$

$0,25x - 0,1125x^2 = 0$

$0,25x - 0,1125x^2$ est polynôme de degré deux d :

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 0,0625$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \frac{-0,25 - \sqrt{0,0625}}{-0,225}$

$= \frac{20}{9} = \frac{10}{3}$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_2 = \frac{-0,25 - \sqrt{0,0625}}{-0,225}$

$= 0$

1

à exclure

~~$\frac{20}{9}$ ∉ [0 ; 1] donc S = {0}~~ $S = \{\frac{10}{3} ; 0\}$

4/6

a) Soit :

1360 a) $\mathcal{P}(n)$: « $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ » +

b) Démontrons par récurrence $\mathcal{P}(n)$

* initialisation

$0 \leq 0,4095 \leq 0,6 \leq 1$

$\Leftrightarrow 0 \leq u_1 \leq u_0 \leq 1$

donc $\mathcal{P}(0)$ est vraie +

* hérédité :

Soit $n \in \mathbb{N}$

Supposons $\mathcal{P}(n)$ est vraie, démontrons $\mathcal{P}(n+1)$ +

D'après l'hypothèse de récurrence :

$0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

1 $f(0) \leq f(u_{n+1}) \leq f(u_n) \leq f(1)$ car f est croissante

~~$f(0) \leq$ $\leq f(1)$~~

$0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq 0,6375$ +

Conclusion ?

0,5 b) D'après ~~le théorème~~ la question précédente (u_n) est convergente trop succinct

~~c) $0,75l - 0,1125 l^2$~~

~~c) $0,75l - 0,1125 l^2 = l$~~

~~$0,25l - 0,1125 l^2 = 0$~~

0,25 c) $0,75l - 0,1125 l^2 = l$ → Il faut expliquer d'où vient cette équation.

$0,25l - 0,1125 l^2 = 0$

donc $l = \frac{10}{3}$ ou $l = 0$

5/6

Ex 4)

1 1) b)

1 2) c)

1 3) c)

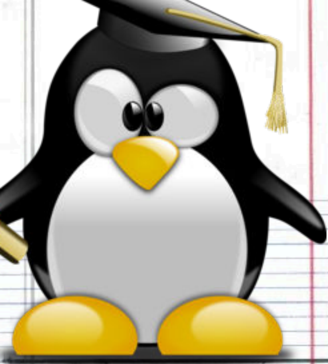
1 4) b)

1 1) d)

2) ~~c)~~

1 3) b)

6/6



7,5/20 1370 6,55/20

Encadrez complètement vos conclusions.

Devoir surveillé : maths

15/11/2022

De nombreuses lacunes : formules de dérivation, équation de la tangente, ln(e) = 1, étude du signe d'une fonction affine.

Exercice 1 :

Vous mélangez combinaison linéaire et coordonnées : $I\left(\frac{1}{2}, 0, 1\right)$ ou $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AB} + 0 . \vec{AD} + \vec{AE}$, il faut choisir.

1 1. a) $I\left(\frac{1}{2}\vec{AB} ; 0\vec{AD} ; 1\vec{AE}\right)$ et $J\left(1\vec{AB} ; \frac{1}{2}\vec{AD} ; 0\vec{AE}\right)$

b) $\vec{IJ}$, $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ sont coplanaires si et seulement si l'un d'entre eux est une combinaison linéaire des deux autres et on voit bien ici que :

$\cancel{\vec{IJ}\left(0\vec{AE} ; \frac{1}{2}AC\right)}$

0 ~~Ils sont donc bien coplanaires.~~

2. Non, les droites d_1 et d_2 ne sont pas parallèles car on peut voir ? que leurs vecteurs directeurs n'ont pas les mêmes coordonées $d_1\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$ et $d_2\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$

Il suffit que les vecteurs soient colinéaires : il n'est pas indispensable qu'ils soient égaux.

3. ~~Non le point L n'est pas un point de la droite car on ne peut pas multiplier par un réel les coordonées (3 ; 8 ; -2) de la droite pour trouver (4 ; 0 ; 3). C'est impossible~~ 0

Une droite n'a pas de coordonnées.

Il n'y a pas de simplification magique : il faut connaître, reconnaître et appliquer les formules du cours.

Exercice 2 :

1. a) $f'(x) = \ln(x^x) - 1$

$f'(x) = \ln(x)$

0

donc pour tout $x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = \ln(x)$

oh !!! non : $e \simeq 2{,}7$

b) $T = e\ln(e) - e - 2$ où $e = 3$

0

$\ln(e) = 1$

$T = 3\ln(3) - 3 - 2$

$= \ln(3^3) - 5$

$T = \ln(9) - 5$

Une droite V.S. Un nombre
Il ne peut pas y avoir égalité.

2. $\ln(x^2+1) > 8$

car exp strictement croissan

$\exp[\ln(x^2+1)] > \exp(8)$

0,5

$x^2+1 > \exp(8)$

L'objet de l'encadrement est de mettre en évidence vos réponses et de structurer votre argumentation : là ça ne fonctionne pas.

Magie

$\boxed{x > \sqrt{\exp(8) - 1}}$

Exercice 3 :

1

1. $u_1 = u_{0+1} = 0{,}75 \times 0{,}6(1 - 0{,}15 \times 0{,}6)$

Encadrez des phrases entières.

$\boxed{u_1 = 0{,}4095}$

2. $f(x)$ est bien sous la forme $u \times v$ avec $u = 0{,}75x$

$v = (1 - 0{,}15x)$

Domaine de dérivabilité ?

$f'(x) = 0{,}75 \times (1 - 0{,}15x) + 0{,}75x \times (-0{,}15)$

$= 0{,}75 - 0{,}1125x - 0{,}1125$

$= 0{,}75 - 0{,}225x$

Fermez vos tableaux.

x	$-\infty$		0	1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\cancel{0}$		$+$	
f	$\searrow$		$\cancel{0{,}75}$		$\nearrow$	

→ Justifiez

0,75

8

f est donc bien croissante sur $[0;1]$

0

3. $f'(x) = 1$? donc ? $f(x) \in [0;1]$

4. a) Démontrons par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$,
$0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$

* Initialisation.

$u_0 = 0{,}6$ d'après la consigne

Donc $P(0)$ est vraie → Qu'est-ce que "P" : vous ne l'avez pas définie.

* Hérédité.

Pour quel n ? si c'est pour tout n, démonstration inutile

Supposons $P(n)$ vraie et démontrons $P(n+1)$ "$u_{n+1} = f(u_n)$" est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$ Non

0,25

$f(x) = 0{,}75x(1-0{,}15x)$

$u_{n+1} = f(u_n) = 0{,}75u_n(1-0{,}15u_n) \cancel{= u_{n+1}}$

$f(u_{n+1}) = 0{,}75\,u_{n+1}(1-0{,}15u_{n+1})$

Pas d'escroquerie.

Donc $P(n+1)$ est vérifiée

Conclusion de la récurrence ?

0 b) La suite (u_n) converge donc vers 1

↳ la réponse est dans l'explication de ce "donc".

0 c) $\lim_{x \to +\infty} (u_n) = \cancel{1}$

Exercice 4 :

1 1. b : 0,396

1 2. c : 0,408

0 3. ~~a~~ : 0,004

1 4. b : 0,016

1 1. d : 0,085

0 2. b : $0{,}12^{10}$

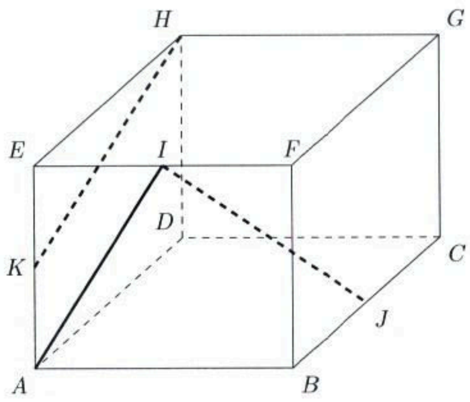
0 3. c : $N_0 = 19$

1440

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse x =e.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

14,75/20

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n(1-0{,}15u_n) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1-0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0 ; 1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

12,41/20

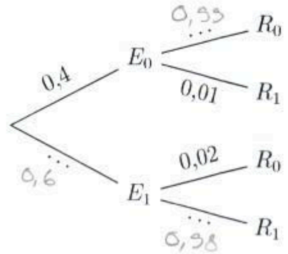
Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

$P(R_0) =$

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

   a. 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

   a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale $= \frac{P(R_1 \cap E_0)}{P(R_1)} = \frac{0{,}396}{0{,}592}$

   a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

   a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

   $P(X = 0{,}8) = \binom{10}{7} \times 0{,}88^7 \times (1-$

   a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

   $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 0)$

   a. $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
   Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
   On peut affirmer que :

$P(X = 8) \geq 0{,}1$

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

1440 DS de Math 17.11.2022

Encadrez vos conclusions.

La rédaction est trop laconique, souvent à la limite de l'insuffisance.

Exercice 1

1\. a Les coordonnées de I et J, par lecture graphique, sont :

(1) $I(\frac{1}{2}, 0, 1)$ et $J(1, \frac{1}{2}, 0)$ + +

b. $\vec{IJ}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{AE}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{AC}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Expliquez vos notations.

(1) ? $\begin{cases} 0,5a + 0b + 1c = 0 \\ 0,5a + 0b + 1c = 0 \\ -1a + 1b + 0c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} c = 0,5a \\ c = 0,5a \\ b = a \end{cases}$ +

Interprétez votre travail : qu'en conclure ?

Pas d'abréviation.

2\. d_1 et d_2 sont parallèles ssi $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ est colinéaire à $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ Des coordonnées ne sont pas des vecteurs, il n'y a donc pas colinéarité !

Expliquez ces coordonnées.

$\frac{1}{1} = 1$ et $\frac{-2}{1} = -2$

donc pas colinéaires

$1 \neq -2$ donc d_1 et d_2 ne sont pas parallèles

Il serait bon de parler ici de proportionnalité.

? Qu'est-ce ? que faites-vous ? réécrivez le système.

3. $\begin{cases} 4 = 3 + t \\ 0 = 8 - 2t \\ 3 = -2 + 3t \end{cases} \iff \begin{cases} t = 1 \\ -2t = -8 \\ 3t = \cancel{1}\, 5 \end{cases}$ soit $t = 4$, soit $t = \frac{5}{3}$

1

$t = 1 \neq 4$? → Le système n'a pas de solution.

donc $L(4; 0; 3)$ n'est pas un point de d_1.

Exercice 2

1. a $\boxed{f(x) = x\ln(x) - x - 2}$ Déjà dans l'énoncé.

On note $p(x) = x\ln(x)$ de la forme $u \times v$ +

1

? $p' = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x}$

$= \ln(x) + 1$

donc $f'(x) = \ln(x) + 1 - 1$

$= \ln(x)$

p : fonction

p(x) : nombre.

les choix de u et v sont subjectifs il faut donc les expliquer.

2. $\ln(x^2 + 1) > 8$ +

$\exp(\ln(x^2+1)) > \exp(8)$

$x^2 + 1 > e^8$ +

$x^2 > e^8 - 1$

$\cancel{x > \sqrt{e^8 - 1}}$

Lien logique ?

0,5

Ensemble des solutions ?

Que votre conclusion réponde à la question posée.

1440 Exercice 3

1 Calcul de u_1

$u_1 = 0,75 \times 0,6(1 - 0,15 \times 0,6)$

$\boxed{u_1 = \cancel{\frac{819}{2000}} = 0,4095}$ +

1

2. $f(x) = 0,75x(1 - 0,15x)$ seulement pour les x pour lesquels u et v sont dérivables.

de la forme $u \times v$?

donc $f'(x) = u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x)$

$f'(x) = 0,75 \times (1 - 0,15x) + 0,75x \times (-0,15)$ Que sont u et v ?

$x \in \mathbb{R}$ $= 0,75 - \frac{9}{80}x + (-\frac{9}{80}x)$

$= 0,75 - 0,225x$? Qu'est-ce ?

$\Leftrightarrow x > 0$ $0,75 - 0,225x = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{0,75}{0,225}$ et ça ?

$= \frac{10}{3}$

x	0		1
$f'(x)$	0	$-$	
$f(x)$	0	↘	$\frac{51}{80}$

+

1

x	0		1
$f'(x)$		+	
$f(\cancel{x})$	0	↗	$\frac{51}{80}$

non justifié

Encadrez vos tableaux

+

fonction pas nombre

3 $f(x) = x$ Lorsque $x = 0$ Est-ce la seule solution

$f(0) = 0$ Vous n'avez pas résolu d'équation

0,25

4 a Démontrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leq U_{n+1} \leq U_n \leq 1$

Soit $P(n)$: " $0 \leq U_{n+1} \leq U_n \leq 1$ " +

* ~~Initialisation~~ :

$0 \leq U_1 \leq U_0 \leq 1$

$0 \leq \frac{819}{2000} \leq 0,6 \leq 1$ ce qui est vraie

$P(0)$ est donc vraie +

* Hérédité :

Soit $n \in \mathbb{N}$. +

Supposons $P(n)$ vraie et démontrons que $P(n+1)$ l'est aussi.

D'après l'hypothèse de récurrence :

$0 \leq U_{n+1} \leq U_n \leq 1$ +

Mauvais argument ce n'est pas justifié : ~~Sachant que $U_{n+1} = f(U_n)$ alors on a~~ :

$f(0) \leq f(U_{n+1}) \leq f(U_n) \leq f(1)$ +

$0 \leq U_{n+2} \leq U_{n+1} \leq 0,6375 \leq 1$

* On a donc démontré par récurrence que :

$\forall n \in \mathbb{N}$, $0 \leq U_{n+1} \leq U_n \leq 1$ +

1

b $0 \leq U_{n+1} \leq U_n \leq 1$

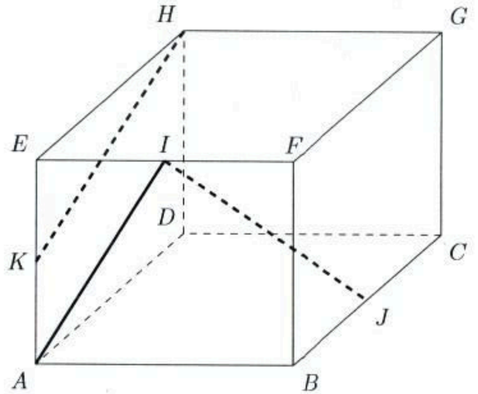
D'après le théorème des gendarmes, puisque $0 \leq U_{n+1} \leq 1$, alors la suite (U_n) converge.

0

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AD},\,\overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases},\ t\in\mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases},\ t\in\mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\,;\,0\,;\,3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$.
On note f' sa dérivée et C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse $x = \mathrm{e}$.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

15,25/20

Exercice 3.

1510

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n\,(1-0{,}15u_n) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1-0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;\,1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

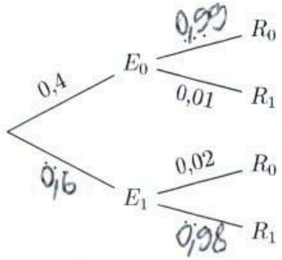
13,79/20

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

1 ++ **a.** 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

1 ++ **a.** 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

1 ++ **a.** 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

1 ++ **a.** 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

1 ++ **a.** 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

1 ++ **a.** $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ d) $1 - 0{,}88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
On peut affirmer que :

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ ~~**c.**~~ $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

1S10 Mardi 15 novembre 2022

DS de Maths

Tangente pas connue. Manipulations algébriques d'exponentielle et de logarithme à revoir. Toutes les résolutions d'équations à revoir (1er degré notamment)

Ex 2

vous n'avez pas à créer cette fonction. L'énoncé l'a déjà fait.

1) a) [Soit] $f(x) = x \ln(x) - x - 2$

$f(x)$ est de la forme $u - v$ ~~ainsi~~ avec $\begin{cases} u(x) = x \ln(x) \\ v(x) = x - 2 \end{cases}$

la fonction, f, n'est pas le nombre f(x)

Calculons $u'(x)$: notations maladroites.

La fonction $u(x)$ est de la forme $u \times v$ et aura par conséquent pour dérivée $u'(x) = w'z + wz'$ ~~d'où~~ avec $w(x) = x$ et $z(x) = \ln(x)$

Domaine de dérivabilité ? notation non introduite. d'où : $w'(x) = 1$ $z'(x) = \frac{1}{x}$

Ainsi $u'(x) = \ln(x) + \frac{x}{x}$

$= \ln(x) + 1$

Calculons $v'(x)$: On remarque que la fonction $v(x)$ est une fonction affine ainsi sa dérivée sera $v'(x) = -1$

1

Déterminons $f'(x)$: $f'(x) = u' - v'$

$= 1 + \ln(x) - 1$

Pour quelles valeurs de x est-ce valable ? $\boxed{f'(x) = \ln(x)}$ Encadrez la phrase.

* On a démontré que : $\boxed{\forall x \in]0; +\infty[, \ f'(x) = \ln(x)}$ C'est celle-ci qu'il fallait encadrer.

1) b) Déterminons une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse [$x =$] e

[Ainsi on remplace x par e] → à éviter : puéril.

$e(\ln(e)) - e - 2 = 0$

$\Leftrightarrow \ln(e^2) - e - 2 = 0$

$\Leftrightarrow \ln(e^2) = e + 2$

$\cancel{\exp(\ln(e^2)) = \exp(e+2)}$

$\cancel{e^2 = e^{e+2}}$

$\cancel{e = \sqrt{e^{e+2}}}$

2) Résolvons donc l'inequation : $\ln(x^2+1) > 8$

Ainsi $\ln(x^2+1) > 8$

$\Leftrightarrow \exp(\ln(x^2+1)) > \exp(8)$ + car ~~$\exp(x) > 0$~~ non c'est sa monotonie qui intéressante

$\Leftrightarrow x^2+1 > e^8$ + Et même pour pouvoir travailler par équivalence il faut la stricte monotonie.

Erreur absolu, pas de valeur approchée.

$\Leftrightarrow x > \sqrt{e^8 - 1}$ car $\sqrt{x} > 0$ Oh !!!

$\Leftrightarrow x > \approx 54{,}58$

0,5 Donc $S =]54{,}58 ; +\infty[$ Raisonner graphiquement ou avec D.

Ex3 : 1) $\boxed{\text{Soit } \begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75\, u_n (1 - 0{,}15\, u_n) \end{cases}}$ Pourquoi recopier l'énoncé ?

Ainsi $u_1 = 0{,}75 \times 0{,}6 (1 - 0{,}15 \times 0{,}6)$

1 $= 0{,}4095$ ×

2) [Afin d'établir un tableau de variations,] déterminons $f'(x)$

Soit $f(x) = 0{,}75x(1 - 0{,}15x)$ → Déjà créé.

nous remarquons que $f(x)$ est de la forme $u \times v$

Ainsi $f'(x) = u' \times v + u \times v'$ avec $\begin{cases} u(x) = 0{,}75x \\ u'(x) = 0{,}75 \end{cases}$ $\begin{cases} v(x) = -0{,}15x + 1 \\ v'(x) = -0{,}15 \end{cases}$

→ Vous ne pouvez écrire ceci que si vous avez déjà précisé u et v et justifié de leur dérivabilité.

Donc $f'(x) = 0{,}75(-0{,}15x + 1) + 0{,}75x \times (-0{,}15)$

$= -0{,}1125x + 0{,}75 + (-0{,}1125x)$

$= -0{,}225x + 0{,}75$ +

Déterminons si $f(x)$ s'annule : $-0{,}225x + 0{,}75 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-0{,}75}{-0{,}225} \approx -3{,}3$ /

Erreur : manipulation algébrique à revoir ou calculatrice [résol]

1510 Etudions les variations de f définie sur $[0, 1]$

x	0		$\cancel{-\frac{0,75}{0,225}}$		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\cancel{\approx 1,25}$	$\searrow$	$0,6375$

← car $f'(x)$ est de la forme $ax+b$ et a est négatif. +

0,75

Pas de valeur approchée dans un tableau de variation. +

$f(0) = 0,75 \times 0 \ (1 - 0,15 \times 0) = 0$

$f\left(-\frac{75}{0,225}\right) = 0,75 \times \left(-\frac{75}{0,225}\right)\left[1 - 0,15 \times \left(-\frac{75}{0,225}\right)\right] \approx 1,25$

$f(1) = 0,75 \ (1 - 0,15) = 0,6375$

Ainsi nous en déduisons que f est croissante sur $\left[0 ; -\frac{0,75}{0,225}\right] \in [0, 1]$ oh!!.. "⊂"?

illisible : n ou x ?

3) Soit $f(n) = 0,75n \ (1 - 0,15n)$

Résolvons dans $[0, 1]$ l'équation $f(n) = n$:

On obtient ainsi : $0,75n(1 - 0,15n) = 0$ +

$\Leftrightarrow \quad 0,75n - 0,1125n^2 = 0$

$\Leftrightarrow \quad n(0,75 - 0,1125n) = 0$

Du coup vous n'avez pas établi le résultat souhaité.

donc

$n = 0$ et $0,75 - 0,1125n = 0$

oh!!! ↳ c'est "ou"

$n = \frac{0,1125}{0,75} = \cancel{0,15}$ oh!

0,75

Donc $S = \{0 ; 0,15\}$

2) a) Soit $P(n)$: " $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ " +

Démontrons par récurrence que $P(n)$ est vraie

* $\begin{cases} u_0 = 0,6 \\ u_1 = 0,4095 \end{cases}$ d'où $0 < u_1 < u_0 < 1$ donc $P(0)$ est vraie +

* Soit $n \in \mathbb{N}$.

Supposons que $P(n)$ est vraie et démontrons que $P(n+1)$ l'est aussi :

D'après l'hypothèse de récurrence et l'énoncé, on a : +

$$u_{n+1} = 0,75\, u_n\, (1 - 0,15 u_n)$$

Ainsi $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

$\Leftrightarrow 0 \times 0,75 \leq u_{n+1} \times 0,75 \leq u_n \times 0,75 \leq 1 \times 0,75$

$\Leftrightarrow 0 \leq 0,75 u_{n+1} \leq 0,75 u_n \leq 0,75$

$\Leftrightarrow 0 \times 1 \leq 0,75 u_{n+1} \times 1 \leq 0,75 u_n \times 1 \leq 0,75 \times 1$?

$\Leftrightarrow$ ~~$0 \times -0,15 u_n \leq 0,75 u_{n+1} \times (-0,15) u_n \leq 0,75 u_n \times (-0,15) u_n \leq 0,75 \times (-0,15)$~~

0,5

$\Leftrightarrow 0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq -0,1125 \leq 1$

Escroquerie.

Ainsi $P(n+1)$ est vraie

On a démontré par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N},\ 0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ +

b) Etant donné que : pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1

- $u_{n+1} \leq u_n$, donc la suite (u_n) est décroissante
- $0 \leq u_n$ donc la suite est minorée par 0

pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Ainsi d'après le théorème de la limite monotone la suite est convergente vers $l \in \mathbb{R}$. +

c) Vu que la suite (u_n) est minorée par 0 la suite (u_n) admet pour limite $l = 0$

0,5

Ainsi $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$ +

Raisonnement incorrect : (u_n) pourrait converger vers 0,5 et être minorée par 0

ex 1 1) a) D'après le cube : $I\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$ + et $J\left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$ +

1

Formulation amusante mais exacte.

2) Dire que deux droites sont parallèles revient à dire que leurs 2 vecteurs directeurs respectifs sont colinéaires. +

D'après les représentations paramétriques, on a :

(d_1) a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$ et (d_2) a pour vecteur

1510 (1) directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$ +

Ainsi $\begin{cases} \dfrac{x\vec{u}}{x\vec{v}} = \dfrac{1}{1} = 1 \\ \dfrac{y\vec{u}}{y\vec{v}} = \dfrac{-2}{1} = -2 \\ \dfrac{z\vec{u}}{z\vec{v}} = \dfrac{3}{2} \end{cases}$ Or $1 \neq -2 \neq \dfrac{3}{2}$ +

Donc les droites d_1 et d_2 ne sont pas colinéaires et par conséquent ne sont pas parallèles. +

celles de qui

3) $L \in d_1$ si ses coordonnées vérifient les équations de d_1 + 1

(1) $\begin{cases} 4 = 3+t \\ 0 = 8-2t \\ 3 = -2+3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \\ t = \dfrac{5}{3} \end{cases}$ +

donc $L \notin d_1$ +

(0,25) 1) b) $\vec{IJ} = -\vec{AI} + \vec{AB} + \vec{BJ}$ +

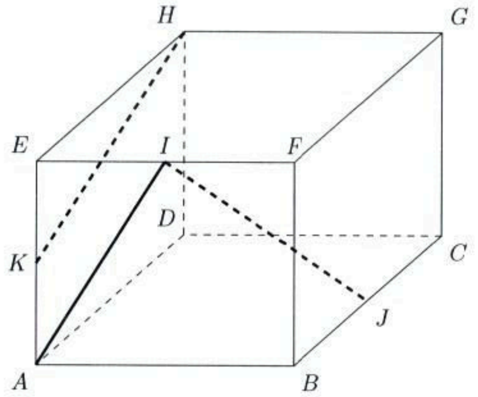
51

1530

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.

   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

1550

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.

   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse x =e.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

17,5/20

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n(1-0{,}15u_n) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1-0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0; 1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.

   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.

   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

15,17/20

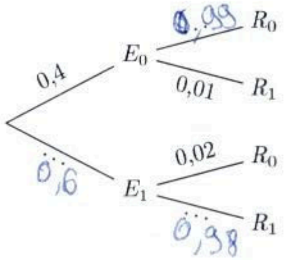
Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

1550

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

   1 ++ **a.** 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

   1 ++ **a.** 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

   1 ++ **a.** 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

   1 ++ **a.** 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

   1 ++ **a.** 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

   1 ++ **a.** $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
   Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
   On peut affirmer que :

1 ++ **a.** $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

Encadrez vos conclusion. Cela structure votre travail et en facilite la lecture : lecture simple, correcteur heureux, bonne note.

1550

Évaluation : Mathématiques

Exercice 1

(1) 1)a) $I(0{,}5 ; 0 ; 1)$ +

$J(1 ; 0{,}5 ; 0)$ +

b) Démontrons que $\vec{IJ}$, $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ sont coplanaires.

~~Si~~ ces trois vecteurs sont coplanaires si et seulement si ils forment une combinaison linéaire.

~~Ainsi, ~~soit~~~~ x, y et $z \in \mathbb{R}$ ~~tels~~ +

$$\begin{cases} x \times 0{,}5 + y \times 0 = z \times 1 \\ x \times 0{,}5 + y \times 0 = z \times 1 \\ x \times (-1) + y \times 1 = z \times 0 \end{cases}$$ +

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}5x = z \\ 0{,}5x = z \\ x = y \end{cases}$$

admet (au moins) une solution.

(1) Ce système est possible à résoudre. Donc ces trois vecteurs forment une combinaison linéaire et sont coplanaires.

Une combinaison linéaire de deux d'entre eux égale le troisième.

9

vecteur directeur. Le coefficient directeur est unique mais certaines droites n'en n'ont pas.

2) Déterminons si d_1 et d_2 sont parallèles.
Si un coefficient directeur d'une droite est colinéaire à au moins un coefficient directeur de une autre droite, alors ces deux droites sont parallèles entre elles.
Notons $\vec{u}$ et $\vec{v}$ les coefficients directeurs respectifs de d_1 et d_2. D'après la représentation paramétrique :
$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$ +

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont ~~pas proportionnels~~ pas colinéaires. En effet, le tableau suivant :
→ ce sont les coordonnées qui ne sont pas proportionnelles.

1	1
-2	1
3	2

+

(1)

n'est pas un tableau de proportionnalité. Ainsi, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires, et d_1 et d_2 ne sont pas parallèles. +

3) Déterminons si L est un point de d_1.
Raisonnons par l'absurde. ~~Si~~ Supposons L appartient à d_1, on a :
$$\begin{cases} 4 = 3+t \\ 0 = 8-2t \\ 3 = -2+3t \end{cases}$$
+

(1)

$$\iff \begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$$ +

Conclusion pour le raisonnement par l'absurde : "or c'est impossible donc"

Ce système est impossible à résoudre.
L n'appartient pas à d_1. +

(2)

Les choix de u et v sont subjectifs : il faut que vous précisiez votre choix en donnant $u(x) = \dots$

1530

Exercice 2

1) a) Déterminons la dérivée de $f(x)$ pour tout $x \in]0 ; +\infty[$

+ D'une part :

$x\ln(x) = u \times v$

x partant on nul part : égalité de nombres ou de fonctions mais

+ Soit $g(x) = x\ln(x)$. Pour tout $x \in]0 ; +\infty[$, on a : un nombre n'égale pas une fonction.

$g'(\cancel{x}) = u'v + uv'$

$g'(x) = \ln(x) + x \times \frac{1}{x}$

$g'(x) = \ln(x) + 1$

Domaine de dérivabilité correcte mais pas suffisamment explicite.

D'autre part :

(1) +

$f'(x) = g'(x) - 1$

$f'(x) = \ln(x) + 1 - 1$

$f'(x) = \ln(x)$

b) $T : y = f'(e)(x - e) + f(e)$ +

(1)

$T : y = \ln(e^1)(x - e) + e \times (\ln(e)) - e - 2$ +

$T : y = 1(x - e) + e - e - 2$ +

$T : y = x - e - 2$ +

2) $\ln(x^2 + 1) > 8$ +

Lien logique ?

(0,75)

$x^2 + 1 > e^8$ +

$x^2 > e^8 - 1$

$x > \sqrt{e^8 - 1}$ ou $x < -\sqrt{e^8 - 1}$

Ensemble des solutions.

Exercice 3

1) Calculons u_1. On a :

$u_1 = 0,75 \times u_0 \ (1 - 0,15 \times u_0)$

$u_1 = 0,75 \times 0,6 \ (1 - 0,15 \times 0,6)$

$u_1 = 0,4095$ +

(1)

2) Montrons que f est croissante sur $[0 ; 1]$.

$f(x) = 0,75x\ (1 - 0,15x)$

$f(x) = 0,75x - 0,1125x^2$

Très bien mais vous avez oublié de dériver !

On a ici une équation du second degré à coefficients et inconnue réelles. L'on peut donc se ramener à une étude du discriminant (delta).

~~$\Delta = (-0,1125)^2 - 4 \times 0,75 \times 0$~~

$\Delta = 0,75^2 - 4 \times (-0,1125) \times 0$

$\Delta = 0,5625$

$\Delta > 0$, donc l'on a deux ~~solutions~~ réelles distinctes x_1 et x_2 :

$x_1 = \dfrac{-0,75 - \sqrt{0,5625}}{2 \times (-0,1125)} \approx 6,67$

$x_2 = \dfrac{-0,75 + \sqrt{0,5625}}{2 \times (-0,1125)} = 0$

Une équation n'a pas de signe, contrairement à une fonction, mais a un ensemble de solutions.

Une équation du second degré est du signe de son coefficient directeur sauf entre les solutions. Ainsi :

coefficient dominant

directeur c'est pour les fonctions affines

x	$-\infty$ 0 1 x_1 $+\infty$
$f'(x)$	− 0 + 0 −
f	↘ 0 ↗ 0,6 ↘

L'on ne s'intéresse qu'à $[0 ; 1]$

$x_1 \approx 6,67$

+

0,5

L'on a montré que sur $[0 ; 1]$, f est croissante.

(4)

1550

3) D'après le tableau de variations précédent, $f(x) = x$ pour $x = 0$.

0,5

Vérification :

$f(0) = 0{,}75 \times 0 \ (1 - 0{,}75 \times 0)$

$f(0) = 0$ +

C'est une solution, mais est-ce la seule ? Vous n'avez pas résolu l'équation.

4) a) Posons $P(n)$: " $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ "

Démontrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P(n)$ est vraie.

* $0 < 0{,}4095 < 0{,}6 < 1$

Or, $\cancel{u_{n+1}}\ u_1 = 0{,}4095$ et $\cancel{u_n}\ u_0 = 0{,}6$,

donc $0 \leq u_1 \leq u_0 \leq 1$

et $P(0)$ est vraie. +

* Soit $n \in \mathbb{N}$.

Supposons que $P(n)$ est vraie. Démontrons alors que $P(n+1)$ l'est aussi. +

D'après l'hypothèse de récurrence, on a :

+

$0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

Ainsi :

Magie

0,25

$0 \leq 0{,}75\, u_{n+1} \leq 0{,}75 u_n \leq 0{,}75 \leq 1$

$0 \leq 0{,}75\, u_{n+1} \times (1 - 0{,}75\, u_{n+1}) \leq 0{,}75 u_n \times (1 - 0{,}75\, u_n) \leq 1$

Or, d'après la formule de récurrence :

$u_{n+1} = 0{,}75\, u_n\, (1 - 0{,}75 u_n)$

donc :

$0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq 1$

Autrement dit, $P(n+1)$ est vraie. +

* On a démontré par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

5

1 b) D'après la question précédente : $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$
Autrement dit, (u_n) est décroissante, et est minorée par 0.
Or, toute suite décroissante et minorée est convergente, donc (u_n) est convergente.

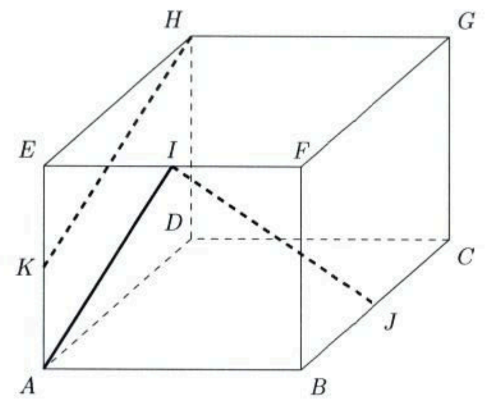
0.5 c) $\lim_{n \to +\infty} (u_n) = 0$ ... ?

1680 (QCM)

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases},\ t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases},\ t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

1680

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $x = \mathrm{e}$.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

$\dfrac{13,75}{20}$

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0,6 \\ u_{n+1} = 0,75u_n\left(1 - 0,15u_n\right) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0,75x(1 - 0,15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0 ; 1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

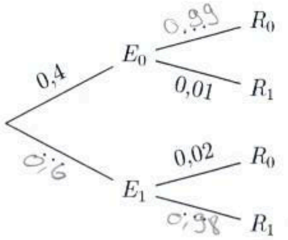
$\dfrac{12,41}{20}$

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

(1)

a. 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

(1)

a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

$\frac{\mathbb{P}(E_0 \cap R_1)}{\mathbb{P}(R_1)} = \mathbb{P}(E$

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

(1)

a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

(1)

a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

(1)

a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

Il faut répondre au hasard

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

a. $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
On peut affirmer que :

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

1680 Mardi 15 novembre 2022

Contrôle de mathematiques

Note	observations Encadrez vos conclusions

Exercice 1

1) a - $I\left(\frac{1}{2} ; 0 ; 1\right)$ +
$J\left(1 ; \frac{1}{2} ; 0\right)$ +

(1)

Mauvaise utilisation, évitez ce symbole.

b - On a : $\vec{IJ}\begin{pmatrix} x_J - x_I \\ y_J - x_I \\ z_J - z_I \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$

$\vec{AE}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{AC}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Les vecteurs $\vec{IJ}$, $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ sont coplanaires si et seulement si on trouve λ et μ deux réels tels que :

$$\vec{IJ} = \lambda.\vec{AE} + \mu.\vec{AC}$$ +

Donc, ~~demontrons~~ cherchons :

$$\begin{cases} 0 + 1\mu = \frac{1}{2} \\ 0 + 1\mu = \frac{1}{2} \\ 1\lambda + 0 = -1 \end{cases}$$ +

(1)

On en deduit que $\lambda = -1$ et que $\mu = \frac{1}{2}$

Ainsi : $\vec{IJ} = -1.\vec{AE} + \frac{1}{2}.\vec{AC}$ +

Donc les vecteurs $\vec{IJ}$, $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ sont +

coplanaires +

2) d_1 et d_2 sont parallèles si et seulement si un des vecteurs directeurs de d_1 ~~est~~ est colinéaire à un des vecteurs directeurs de d_2 +

On a $\vec{u}$, vecteur directeur de la droite d_1 tel que :
$$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$$
et $\vec{v}$, vecteur directeur de la droite d_2 tel que :
$$\vec{v}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$$ +

4

ce n'est pas vraiment le déterminant des vecteurs.

or, $\det(\vec{u};\vec{v}) = 1\times 1 + (-2)\times 1 = -1 \neq 0$
donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires +

Ainsi, les droites d_1 et d_2 ne sont pas parallèles +

3) le point $L(4;0;3)$ n'appartient à d_1 que si il existe un $\boxed{\text{unique}}$ nombre t, vérifiant : +

$$\begin{cases} 4 = 3 + t \\ 0 = 8 - 2t \\ 3 = -2 + 3t \end{cases}$$ +

On a donc : $4 - 3 = 1 = t$
$$\frac{8}{2} = 4 = t$$ +
et $\frac{3+2}{3} = \frac{5}{3} = t$

1680 $t = 1 = 4 = \frac{5}{3}$, est impossible donc le +
(1) point L n'appartient pas à la droite d_1.

Exercice 2 u est une fonction, u(x) est un nombre.

1) a - $f(x)$ est sous la forme $(u \times v)$, avec $u(x) = x$ et $v(x) = \ln(x)$ +

$(u \times v)' = u'v + uv'$
avec $u'(x) = 1$ et $v'(x) = \frac{1}{x}$ évoquez le domaine de dérivabilité.

(1) donc $f'(x) = [1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x}] -$ +
$= \ln(x) + 1 - 1$
$= \ln(x)$

b - Une equation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse $x = e$ est :

(0) $y = \ln(e)$ +
$= 1$

2) $\ln(x^2 + 1) > 8$
$\exp(\ln(x^2+1)) > \exp(8)$ +
$x^2 + 1 > \exp(8)$ +
$x^2 > \exp(8) - 1$ oh!!!
(0,5) $x > \sqrt{\exp(8) - 1}$

$\ln(x^2+1) > 8$ lorsque $x > \sqrt{\exp(8) - 1}$
Ensemble des solutions ?

Exercice 3

1) $u_1 = 0,75 u_0 \times (1 - 0,15 u_0)$

9

$= 0,75 \times 0,6 \times (1 - 0,15 \times 0,6)$

$u_1 = 0,4095$ +

2) $f(x) = 0,75x - 0,1425x^2$

$= -0,1425x^2 + 0,75x$ Dérivabilité ?

$f'(x) = \cancel{2} -0,225x + 0,75$ +

~~f(x) est un trinôme sous forme développée~~
~~avec a = -0,1425 , b = 0,75 et c = 0~~
~~donc f(x) est du signe de son coefficient~~

$f'(x)$ est une fonction affine avec $a = -0,225$ et $b = 0,75$ +

1

x	$-\infty$		0		1		$\frac{0,75}{0,255}$		$+\infty$
$-0,255x+0,75$		+	|	+	|	+	0	−	
$f(x)$		↗					$f\left(\frac{0,75}{0,255}\right)$	↘	

+ +

3)

1680

2) a - Notons $P(n)$: " $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ " +

Demontrons par recurrence que $P(n)$ est vraie, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

* $P(0)$: " $0 \leq u_1 \leq u_0 \leq 1$ "

$\iff P(0)$: " $0 \leq 0,4095 \leq 0,6 \leq 1$ ",

donc $P(0)$ est vraie X

* Soit $n \in \mathbb{N}$.

Supposons que $P(n)$ est vraie, demontr -ons que $P(n+1)$ l'est aussi. X

D'après l'hypothèse de recurrence :

X

$0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

$0 \leq f(u_n) \leq u_n \leq 1$

~~$\leq f(u_n) + u_n \leq u_n + u_n \leq 1 + u_n$~~

~~$u_n \leq f(u_{n+1}) \leq f(u_n) \leq 1 + u_n$~~

0,25

1

b- Nous avons démontré que la suite (u_n) est décroissante, car $u_{n+1} \leq u_n$, et minorée par 0, donc d'après le théorème de la limite monotone, (u_n) est convergente

1720

DS de maths 15/11/22

10,25/20 La dérivation n'est pas maîtrisée. Équation de la tangente à connaître.

1720

9,31/20

Exercice 1 :

0,5 1-a) les coordonnées des points I et J sont :

$I(\frac{1}{2}, 0, \cancel{1})$ $J(1, \frac{1}{2}, 0)$

Parenthèses de la taille de ce qui est à l'intérieur.

b) Calculons les vecteurs $\vec{IS}$, $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ à partir de leur coordonnées

$\vec{IS}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\\0\end{pmatrix}$ $\vec{AE}\begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{AC} - \vec{IS} = \vec{IS}$ donc $2\vec{IS} = \vec{AC}$ Ainsi les vecteurs $\vec{AC}$ et $\vec{IS}$ font parti du même plan

$\vec{AE} = \vec{AC}\begin{pmatrix}x-1\\y-1\\z-1\end{pmatrix}$

0 $E(0,0,1)$ $A(0,0,0)$ $C(1,1,0)$

Deux vecteurs sont toujours coplanaires.

2) Démontrons que les droites d_1 et d_2 sont parallèles

$\vec{u}\begin{pmatrix}3\\8\\-2\end{pmatrix}$ est un des vecteurs directeur de la droite d_1

+

Tournez la page : aérez votre copie.

$\vec{v}\begin{pmatrix}4\\1\\8\end{pmatrix}$ est un des vecteurs directeur de la droite d_2

+

3	4
8	1
-2	8

Ceci n'est pas un tableau de proportionalité donc les droites d_1 et d_2 ne sont pas parallèles +

1

Pas demandé

$\begin{cases}3+t = 4+t'\\8-2t = 1+t'\\-2+3t = 8+2t'\end{cases}$ $\begin{cases}t-t' = 4-3\\-2t-t' = 1-8\\3t-2t' = 8+2\end{cases}$ $\xrightarrow{L_2 \leftarrow L_1 - L_2}$ $\begin{cases}t-t' = 1\\3t = -7\\3t-2t' = 10\end{cases}$ $\begin{cases}t' = -\frac{10}{3}\\t = \frac{-7}{3}\\3\times\frac{-7}{3} - (2\times\frac{-10}{3}) = -\frac{1}{3} \neq 10\end{cases}$

il n'y a pas qu'une seule solution donc les droites ne sont pas non plus sécantes mais confondues.

1 3) $L(4;0;3)$ $\begin{cases}4 = 3+t\\0 = 8-2t\\3 = -2+3t\end{cases}$ $\begin{cases}t = 1\\t = 4\\t = \frac{5}{3}\end{cases}$ les valeurs de t n'étant pas identiques le point L de coordonnées (4;0;3) ne fait pas parti de la droite d_1

Expliquez pourquoi vous considérez ce système.

Lien logique (équivalence ici)

Exercice 2:

1- a) Démontrons que: $\forall x \in]0, +\infty[$, $f'(x) = \ln(x)$

$f(x) = x\ln(x) - x - 2$

~~$f'(x) = 1 \times \ln(x) - 1$~~

~~$= \ln(x) - 1$~~

oh!!!

b)

2) $\ln(x^2+1) > 8$

$\exp[\ln(x^2+1)] > \exp(8)$ +

$x^2 + 1 > e^8$

$x^2+1-e^8 > 0$ car $x^2 > 0$ et $e^x > 0$

Pas compris.

oh!!! le signe de f n'indique pas les variations de f. Il faut étudier le signe de f'

0,5

Exercice 3:

1) Calculons U_1

$U_0 = 0,6$ donc $U_{0+1} = 0,75 \times 0,6(1 - 0,15 \times 0,6) = 0,4095$

$U_1 = 0,4095$ $\forall n \in \mathbb{N}$ +

Aucun sens.

1

2) $[f(x) = 0,75x(1-0,15x)]$

$0,75x(1-0,15x) = 0$

$0,75x - 0,1125x^2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$ ... $\Delta = 0,5625$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0,75-0,75}{0,225} =$ ~~$-6,67$ arrondi à 10^{-2} près~~ burk

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0,75+0,75}{0,225} = 0$ +

x	$-6,67$		0		1
signe $f(x)$	0	−	0	+	
Variation $f(x)$		↘	?	↗	?

+

Vous devez déterminer les images

Fermez vos tableaux

$f(x)$ est un nombre, on regarde les variations de la fonction f.

0

4) a- Notons $n \in \mathbb{N}$ et démontrons par récurrence que $0 \leq U_{n+1} \leq U_n \leq 1$

Initialisation: Démontrons que $P(n)$ est vraie

Non l'initialisation est: $P(0)$ est vraie.

$P(0) = 0 \leq U_{0+1} \leq U_0 \leq 1$

$= 0 \leq 0,4095 \leq 0,6 \leq 1$ donc $P(0)$ est vraie

Hérédité: Supposons $P(n)$ vraie. Démontrons que $(P(n+1))$ est vraie

D'après l'hypothèse de la récurrence:

Pour tout n?

car $0,75 \geq 0$

$0 \leq U_{n+1} \leq U_n \leq 1$ +

$0,75 \times 0 \leq 0,75 \times (U_{n+1}) \leq 0,75\,U_n \leq 0,75 \times 1$? magie

$(0,75 \times 0)(1-0,15U_n) \leq (0,75 \times (U_{n+1}))(1-0,15U_n) \leq 0,75\,U_n\,(1-0,15U_n) \leq (0,75\times 1)(1-0,15$

0,25

$0 \leq U_{n+2} \leq U_{n+1} \leq U_{n+1}$ or $U_{n+1} \leq 1$ donc

↳ car de quel signe ?

P(n+1) est vraie

Nous avons démontré par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $0 \leq U_{n+1} \leq U_n \leq 1$ +

1

b) la suite étant croissante et majoré par 1, elle est donc convergente +

t ?

c) Déterminons la limite de la suite (U_n)

$U_{n+1} = f(U_n)$ ~~donc~~

01

$f(U_n) = 0,75\,U_n\,(1-0,15U_n)$

$\lim\limits_{U_n \to +\infty} 0,75U_n = +\infty$ $\lim\limits_{U_n \to +\infty} 1-0,15U_n = -\infty$ donc $\lim\limits_{U_n \to +\infty} 0,75\,U_n\,(1-0,15U_n) = -\infty$

$\lim\limits_{U_n \to -\infty} 0,75\,U_n = -\infty$ $\lim\limits_{U_n \to -\infty} 1-0,15\,U_n = +\infty$ $\lim\limits_{U_n \to -\infty} 0,75\,U_n\,(1-0,15U_n) = -\infty$

4/6

Exercice 4 :

1 1- b) 1 2- c) 1 3- c) 1 4- b) 1 5- d) ~~6- d)~~ ~~7- b)~~

1780

15/11/2022

16,25 / 20

Certaines techniques élémentaires ne sont pas maîtrisées.

13,79 / 20

Exercice 1

1. (a) On cherche les coordonnées des points I et J dans le repère $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$

1

- $\vec{AI} = \vec{AE} + \frac{1}{2}\vec{AB}$, $\boxed{A}$ étant l'origine du repère on en détermine les coordonnées de $\underline{I(\frac{1}{2}; 0; 1)}$

→ A tout seul n'est pas intéressant, c'est le repère tout entier qui l'est.

- $\vec{AJ} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}$, donc $\underline{J(1; \frac{1}{2}; 0)}$

(b) Premièrement, on détermine les coordonnées des vecteurs $\vec{AC}$; $\vec{IJ}$ et $\vec{AE}$

0,25

$\vec{AC}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$; $\vec{IJ}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\\ -1\end{pmatrix}$; $\vec{AE}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

Ils sont tous 3 définis par la base du repère

C'est un repère de l'espace défini par trois vecteurs, pas d'un plan.

2. Les droites d_1 et d_2 sont parallèles si leurs vecteurs directeurs sont colinéaires.

On note $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$ respectivement ~~les~~ des vecteurs directeurs de d_1 et d_2.

On vérifie s'ils sont colinéaires au moyen d'un tableau de proportionnalité.

Du coup ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

1

$\vec{u}$	$\vec{v}$
1	1
-2	1
3	2

$1 \times 1 = 1$

$-2 \times 1 \neq 1$

Le tableau ci-dessus n'est pas proportionnel.

Ainsi $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires, donc $\underline{d_1 \not\parallel d_2}$

1780

3. Pour que le point $L(4;0;3)$ appartienne à la droite (d_1), il fallait que pour un même $t \in \mathbb{R}$: il suffit qu'il existe $t \in \mathbb{R}$, ↳ et même il faut

$$\begin{cases} 4 = 3 + t_1 \\ 0 = 8 - 2t_2 \\ 3 = -2 + 3t_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = t_1 \\ 2t_2 = 8 \\ 5 = 3t_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = 4 \\ t_3 = \frac{5}{3} \end{cases}$$

1

$t_1 \neq t_2 \neq t_3$

Donc, $L \notin (d_1)$

→ Vous parlez d'un "t" et on voit apparaître t_1, t_2 et t_3 : à revoir.

Exercice 2 :

1. Il ne faut pas faire l'impasse sur quelque chose d'aussi simple qu'un calcul de fonction dérivée.

b) [Soit $x = e$ ...]

$f'(e) = \ln(e) = 1$

0

L'équation de la tangente T est donc la suivante :

$y = 1$

Il faut connaître l'équation de la tangente.

2. On résout dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$\ln(x^2+1) > 8$

$\exp[\ln(x^2+1)] > \exp(8)$ car la fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

0,5

$x^2 + 1 > e^8$

$x^2 > e^8 - 1$

$\cancel{x > \sqrt{e^8 - 1}}$ car la fonction racine carrée est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+_*$

→ Inéquation du second degré : vous devez savoir.

2/6

1780

Exercice 3:

1. Calculons U_1.

$U_{n+1} = 0,75 \times U_0 (1 - 0,15 U_0)$

$U_1 = 0,75 \times 0,6 (1 - 0,15 \times 0,6)$

$U_1 = 0,45 \times 0,91$

$\boxed{U_1 = 0,4095}$

1

Soit vous écrivez des "x" deux côtés soit aucun.

v est une fonction ; v(x) est un nombre.

2. Vérifions si la fonction f est dérivable sur [0 ; 1]

$f(x) = 0,75x (1 - 0,15x)$, on note : $u(x) = 0,75x$, u est dérivable sur $\mathbb{R}$

$v = 1 - 0,15x$, v est dérivable sur $\mathbb{R}$

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et donc sur [0 ; 1]

$f'(x)$ est sous la forme $\frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$

$u(x) = 0,75x$; $u' = 0,75$

$v = 1 - 0,15x$; $v' = -0,15$

Non vous n'avez pas correctement identifié la forme de f.

0,25

Ainsi :

$f'(x) = \frac{0,75 \times (1 - 0,15x) - 0,75x(-0,15)}{(1 - 0,15x)^2}$

$f'(x) = \frac{0,75 - 0,75 \times 0,15x - (-0,75x \times 0,15)}{(1 - 0,15x)^2}$

$f'(x) = \frac{0,75}{(1 - 0,15x)^2}$

$0,75 > 0$, le signe de f'(x) est donné par $(1 - 0,15x)$, or $(1 - 0,15x) > 0$ pour $x \in [0, 1]$. même pas

Donc :

x	0	1
f'	+	
f	0 ↗	0,6375

0,25

3/6

7780

3.

$$f(x) = x$$

$$0,75x(1-0,15x) = x$$

$$0,75x - 0,15x \times 0,75x - x = 0$$

$$-0,1125x^2 + 0,25x = 0$$

(x = 0 ~~serait~~ est une solution triviale de cette équation, nous allons tout de même réaliser le calcul jusqu'au bout afin de déterminer si c'est l'unique solution de l'équation)

C'est un tort si vous avez une solution d'un trinôme il ne faut pas s'embêter.

Cette équation est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c = 0$

avec $a = -0,1125$ $b = -0,25$ et $c = 0$

On détermine le discriminant Δ

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-0,25)^2 - 4 \times (-0,1125) \times 0$$

$\Delta = 0,0625$ et donc il y a deux valeurs réelles

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

→ évitez

$$x_1 = \frac{-0,25 - \sqrt{0,0625}}{2 \times (-0,1125)}$$

$$x_1 = \frac{-0,25 - 0,25}{-0,225}$$

$$x_1 = \frac{-0,5}{-0,225}$$

$x_1 = \frac{0,5}{0,225} \approx 2,222$, $\frac{0,5}{0,225} \notin [0;1]$

et n'est donc pas solution de l'équation

$$x_2 = \frac{-0,25 + \sqrt{0,0625}}{2 \times (-0,1125)}$$

$$x_2 = \frac{-0,25 + 0,25}{-0,225}$$

$$\boxed{x_2 = \frac{0}{-0,225} = 0 \in [0;1]}$$

1

$$\boxed{S = \{0\}}$$

4/6

17/80

4. (a)

Soit $P(n)$: « $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ » pour tout $n \in \mathbb{N}$ dans la suite (u_n)

?

Pas compris

Démontrons par récurrence que $P(n)$ est vraie

* Initialisation

Soit $n = 0$

$u_{0+1} = 0,4095$ et $u_0 = 0,6$

Ainsi

$0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

$P(0)$ est donc vraie

* Hérédité

- Soit $n \in \mathbb{N}$
- Supposons $P(n)$ vraie et démontrons que $P(n+1)$ l'est également

D'après l'hypothèse de récurrence :

$0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

$f(0) \leq f(u_{n+1}) \leq f(u_n) \leq f(1)$ car la fonction f est strictement ~~croissante~~ sur $\mathbb{R}$

monotone

c'est fausse

$1 = 0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq 0,6375$ car $f(u_n) = u_{n+1}$

Donc, $P(n+1)$ est vraie

(5)

* Conclusion

Nous avons donc démontré par récurrence que :

$\forall n \in \mathbb{N},\ 0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

b) Démontrons que (u_n) est décroissante pour tout $n \in \mathbb{N}$:

Soit $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n$ → expliquez ce que c'est !

$= 0,75u_n(1 - 0,15u_n) - u_n$

$= 0,75u_n - 0,1125u_n^2 - u_n$ → non car vous n'avez pas démontré $u_n \neq 0$

$= -0,3625u_n < 0$

5/6

1780 Ainsi d'après le théorème de la limite monotone, (u_n) étant minorée et ~~st.~~ décroissante (u_n) est convergente.

1

c) (u_n) étant minorée et décroissante, elle tend vers ce minorant

ainsi $\boxed{l = 0}$

1

Très faux : donne une très mauvaise impression.

Exercice 4 :

1 : b 1

2 : c 1

3 : c 1

4 : b 1

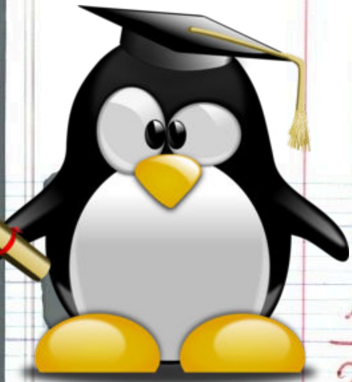
C'est anormal que ce soit illisible : toute la réponse tient dans cette lettre.

1 : d 1

2 : a 1

3 : b 1

6/6



1820

Devoir Maths du 15/11/2022

$\frac{10}{20}$ Ce qui est fait est bien fait mais trop peu de questions sont traitées.
Encadrez vos conclusions

$\frac{8}{20}$

1. a) $\vec{IA} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AE}$ ✗ donc $I\left(\frac{1}{2} ; 0 ; 1\right)$ +

(1) $\vec{AJ} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}$ donc $J\left(1 ; \frac{1}{2} ; 0\right)$ +

b) $\vec{IJ}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{AE}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{AC}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{IJ}$, $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ sont complanaires si il existes des réels x et y qui vérifient :

$$\vec{IJ} = x\vec{AE} + y\vec{AC} \quad ✗$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} = x \times 0 + 1y \\ \frac{1}{2} = x \times 0 + 1y \\ -1 = x \times 1 + 0 \times y \end{cases}$$ donc $y = \frac{1}{2}$ et $x = -1$ +

(1)

$\vec{IJ} = -1\,\vec{AE} + \frac{1}{2}\vec{AC}$ + donc $\vec{IJ}$, $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ coplanaires.

3.

Exercice 2

Soit $f(x) = x\ln(x) - x - 2$

1. ⓐ Condition d'existance : $x > 0$ expliquez davantage.

Pas de petites abréviations

→ pour tout $x \in]0;+\infty[$:

$$f'(x) = 1\times\ln(x) + x\times\frac{1}{x} - 1$$

$$= \ln(x) + 1 - 1$$

$$f'(x) = \ln(x)$$

1

ⓑ

→ $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2+1>0.$

2. Condition d'existance : $\begin{cases} x > 0 \\ \cancel{x^2+1>0 \Leftrightarrow x>0} \end{cases}$ non

$\ln(x^2+1) > 8$

$\Leftrightarrow e^{\ln(x^2+1)} > e^8$

$\Leftrightarrow x^2+1 > e^8$ → Faites les étapes pour éviter les erreurs.

$\Leftrightarrow x^2 > e^8 + 1$

$\Leftrightarrow \cancel{x > \sqrt{e^8+1}}$ Non : raisonnez graphiquement ou factorisez.

$S =]\sqrt{e^8+1};+\infty[$

0,5

Exercice 3

1. $U_1 = 0,75\,U_0\,(1-0,15\,U_0)$

$= 0,4095$

1

2. $f(x) = 0,75x(1-0,15x)$

$= -0,1125x^2 + 0,75x$

$f'(x)$ est un polynôme, donc dérivable sur $\mathbb{R}$ ~~de la forme u+v~~

$f'(x) = -0,225x + 0,75$

partie ①
→ voir suite

Suite

1

x	0		1	$\frac{10}{3}$
$f'(x)$		$+$		$-$
f	0	$\nearrow$	1	0

3. • Soit $f(x) = x$ sur l'intervalle $[0;1]$

$0,75x\,(1-0,15x) = x$

$\Leftrightarrow \quad -0,1125\,x^2 + 0,75x = x$

$\Leftrightarrow \quad -0,1125\,x^2 - 0,25x = 0$ + f est de la forme $ax^2+bx+c=0$

avec $a = -0,1125$, $b = -0,25$ et $c = 0$ +

0,5

$\Delta = b^2 - 4ac$

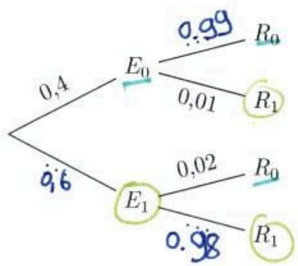
$= -0,25^2 - 4\times -0,1125 = 0.3875$ → 2 racines car $\Delta > 0$

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{0,25-\sqrt{0,3875}}{2\times -0,1125}$

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} =$

2. a)

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

1 ++ **a.** 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

1 ++ **a.** 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

1 ++ **a.** 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

1 ++ **a.** 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

   a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** ~~0,976~~ **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

   a. $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $\cancel{0{,}12^{10}}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

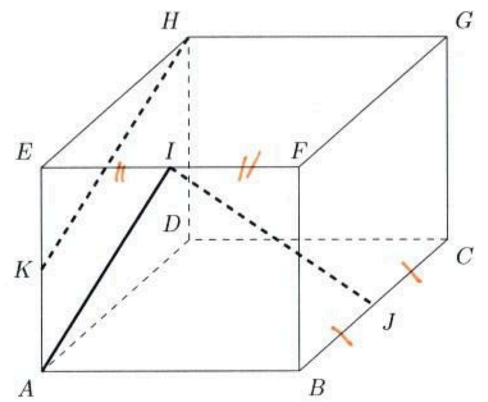
3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
   Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
   On peut affirmer que :

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $\cancel{N_0} = 19$ **d.** $N_0 = 20$

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse $x =$e.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n(1-0{,}15u_n) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1-0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0;1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

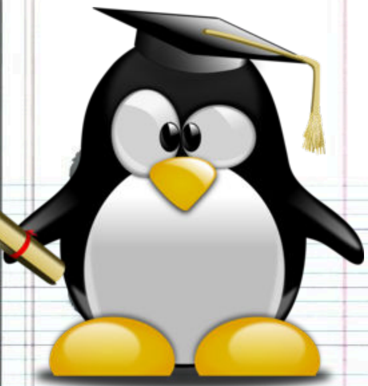
2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

0,75



1900

Mathématiques

$\frac{11}{20}$ Encadrez vos conclusions. $\frac{8,62}{20}$

Exercice 4

1 1. b.
1 2. c.
1 3. c.
1 4. b.

1 1. d.
2. ~~c~~
1 3. a.

Exercice 1

1.(a) Les coordonnées des points sont :

1 $I\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$ et $J\left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$ + +

3. Déterminons si L est un point de d_1

$L(4; 0; 3)$

Expliquez.

$$\begin{cases} 4 = 3 + t \\ 0 = 8 - 2t \\ 3 = -2 + 3t \end{cases}$$ +

$$\Rightarrow \begin{cases} 4 - 3 = t \\ \frac{-8}{-2} = t \\ \frac{3+2}{3} = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \\ t = \frac{5}{3} \end{cases}$$ +

$L \notin d_1$ +

Exercice 3

1. Calculons u_1

$u_1 = 0,75\, u_0\,(1 - 0,15\, u_0)$
$u_1 = 0,75 \times 0,6\ (1 - 0,15 \times 0,6)$
$u_1 = 0,4095$ +

1

2. Étudions les variations de f sur l'intervalle $[0; 1]$

$f(x) = 0,75\, x\,(1 - 0,15\, x)$
$f(x) = -0,1125\, x^2 + 0,75\, x$
Domaine de dérivabilité ?
$f'(x) = -0,225\, x + 0,75$ +

f' est un binôme de degré 1 sous forme développée avec $a = -0,225$ et $b = 0,75$

- $a < 0$ donc f' est strictement décroissante
- + $-\frac{b}{a} = \frac{-0,75}{-0,225} = \frac{10}{3}$, la fonction s'annule en $\frac{10}{3}$

Vous devez indiquer toutes les images.

x	$-\infty$	0		1		$\frac{10}{3}$		$+\infty$
f'	+		+		+	0	-	
f	↗	0	↗	0,6375	↗	?	↘	

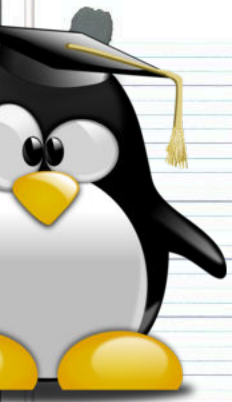
1

Présentation maladroite.

0,673

0

2/4



3. D'après le tableau de variations, $f(0) = 0$.

(1) Ainsi la valeur ? de x pour laquelle $f(x) = x$ est $x = 0$. Est-ce la seule ?

4. (a)

~~Notons P : " $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$ " pour tout~~

La phrase dépend de n –

Notons $P(n)$: " $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$ " pour tout $n \in \mathbb{N}$ +

* Initialisation

$u_0 = 0,6$

$u_1 = 0,75 \times 0,6\ (1 - 0,15 \times 0,6)$

$u_1 = 0$

0,25

* $0 \leqslant u_1 \leqslant u_0 \leqslant 1$ donc $P(0)$ est vraie +

* Hérédité

Exercice 2 :

2.

$$\ln(x^2+1) > 8$$

$$\exp(\ln(x^2+1)) > \exp(8)$$ +

$$x^2+1 > \exp(8)$$ +

$$x^2 > \exp(8) - 1$$

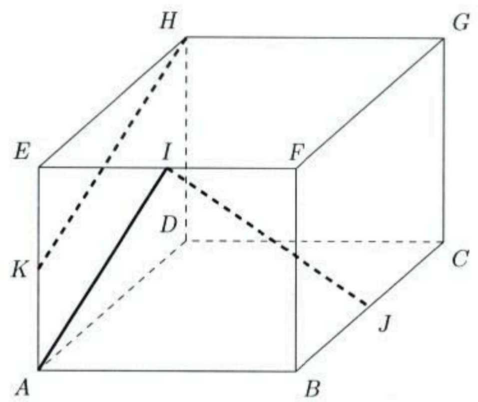
0,25

$$\cancel{-\sqrt{\exp(8)-1} < x < \sqrt{\exp(8)-1}}$$

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $x = \mathrm{e}$.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n(1-0{,}15u_n) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1-0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

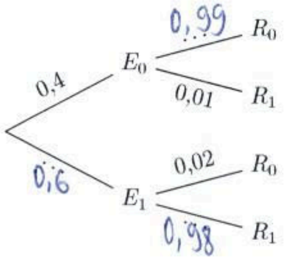
2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

   a. 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

   a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

   a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

   a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

   a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

   a. $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
   Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
   On peut affirmer que :

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

1940

TE

Évaluation Mathématiques

Encadrez vos conclusions.
Passage à la limite dans la formule de récurrence à repenser.

$\frac{18,25}{20}$

$\frac{16,9}{20}$

Exercice 1 :

1. a) D'après la figure :

① $I\left(\frac{1}{2} ; 0 ; 1\right)$ +

$J\left(1 ; \frac{1}{2} ; 0\right)$ +

b) (sur la dernière feuille : 8/8)

D'après la construction faite en classe vous ne pouvez pas confondre le vecteur et ses coordonnées.

2) Un vecteur directeur de d_1 est $\vec{u_1}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$ et +

un vecteur directeur de d_2 est $\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$.

1	1
-2	1
3	2

Or $\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-2}$ +

① Le tableau n'est pas proportionnel, les vecteurs ne sont pas colinéaires. + Donc (d_1) n'est pas parallèle à (d_2). +

3. Si le point L appartient à d_1 alors :

+

$$\exists t \in \mathbb{R}, \begin{cases} 4 = 3 + t \\ 0 = 8 - 2t \\ 3 = -2 + 3t \end{cases}, \cancel{t \in \mathbb{R}}$$

1

$$+ \begin{cases} 1 = t \\ 4 = t \\ 5/3 = t \end{cases}$$

Le système n'a pas de solution.

C'est impossible que t prenne plusieurs valeurs dans ce système donc

\+ L n'appartient pas à (d_1), [soit L n'est pas un point de (d_1).]

Exercice 2 :

1. a) f ~~(x)~~ est ~~un polynôme~~ polynomiale et $x \ln(x)$ est de forme $U \times V$ avec $u = \ldots$ et $v = \ldots$

Précisez votre choix. +

Et $(U \times V)' = U'V + UV'$

$f(x)$ est dérivable + sur $\mathbb{R}_+^*$ car ?

1

$$f'(x) = \ln(x) + x \times \frac{1}{x} - 1$$

$$= \ln(x) + 1 - 1$$

$$= \ln(x)$$

b) La formule de l'équation de la tangente est :

$y = f'(a)(x-a) + f(a)$ +

Pour $a = e$: $f(e) = -2$ + $| f'(e) = 1$

Passez à la ligne.

1

$y = x - e + (-2)$

? $= x - e - 2$ Ce n'est pas un calcul, il faut réécrire l'équation.

2.

$\ln(x^2+1) > 8$

0,75

$e^{\ln(x^2+1)} > e^8$

$x^2 + 1 + e^8 > 0$

oh!!

Lien logique? Indiquez que vous travailler par équivalence.

Comme $x^2 \geq 0$ et $1 + e^8 > 0$ alors $x^2 + 1 + e^8$ ne s'annule pas.

Tableau de signes :

x	$-\infty$	$+\infty$
signe de x^2+1+e^8	+	

Inutile si ne change pas de signe.

Alors $x^2 + 1 + e^8 > 0$ pour $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 3 :

1. ~~x_1~~ Selon la définition de (u_n) :

$u_1 = 0,75\, u_0 \,(1 - 0,15\, u_0)$
$= 0,75 \times 0,6\,(1 - 0,15 \times 0,6)$

1 $u_1 = 0,4095$

2. $f(x)$ est de forme $U \times V$ avec $U = 0,75x$
et $V = (1-0,15x)$. +
Alors $f'(\cancel{x}) = U'V + UV'$.
$f(x)$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.

$f'(x) = 0,75\,(1-0,15x) + 0,75x\,(-0,15)$

$= 0,75\,(1-0,15x - 0,15x)$

$= 0,75\,(1-0,30x)$

$= 0,75 - 0,225x$ +

L'inégalité est plus intéressante que l'égalité

1 [Tableau de signe de $f'(x)$ et de variations de $f(\cancel{x})$]

x	0	1?
signe de $f'(x)$	+	
variations de $f(x)$	? ↗	?

→ non justifié

→ Images.

($0,75 - 0,225x = 0$
$x = 10/3$
Mais $10/3 > 1$.)

Donc f est strictement croissante sur l'intervalle $[0 ; 1]$.

3. $f(x) = x$

$0,75x\,(1-0,15x) = x$

$-0,1125x^2 + 0,75x - x = 0$ +

$-0,1125x^2 - 0,25x = 0$

1940

TE

Évaluation de Mathématiques

(Page 2)

Exercice 3 : (suite)

3. (suite)

$x(-0,1125x - 0,25) = 0$

Soit :	Soit :
$x = 0$	$-0,1125x = 0,25$
	$x = \frac{200}{9}$

1

Or $200/9 > 1$. Alors $S = \{0\}$

4. a)

Démontrons par récurrence pour tout $n \in \mathbb{N}$ que $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$.

Soit la proposition $P(n)$: " $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$ "

* $u_0 = 0,6$ et $u_1 = 0,4095$ (selon la question 1 de l'exercice 3). Or $0 \leq 0,4095 \leq 0,6 \leq 1$.
Alors $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$. $P(0)$ est vraie.

* Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $P(n)$ est vraie et démontrons que $P(n+1)$ est vrai.

D'après l'hypothèse de récurrence : $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$

On a montré dans la question 2. de l'exercice 3 que f est croissante sur $[0\ ;\ 1]$. Alors l'inégalité reste inchangée ; de plus $u_{n+1} = f(u_n)$

$$0 \leq f(u_{n+1}) \leq f(u_n) \leq 0,6375$$

$$0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq 0,6375 \leq 1$$

$$0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq 1$$

1 Donc $P(n+1)$ est vraie et par conséquent $P(n)$ est vrai ~~part~~, pour tout $n \in \mathbb{N}$
$0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$. Cette conclusion découle aussi de l'initialisation : il faut le...

b) Dans la question précédente on a montré que $0 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 1$, ce qui veut dire que (u_n) est décroissante. De plus elle est minorée par 0.

1

Alors d'après le théorème des limites monotones (u_n) est convergente.

Lorsque l'on tend vers la limite ? à un moment :

c) $u_{n+1} = u_n$? jamais.

Là c'est de l'hébreux pour moi.

$0,75\, u_n (1-0,15\, u_n) = u_n$

$0,75\, \ell (1-0,15\, \ell) = \ell$

$-0,1125\, \ell^2 + 0,75\ell - \ell = 0$

Pourquoi recommencer.

$-0,1125\, \ell^2 - 0,25\ell = 0$

$x(-0,1125\ell - 0,25) = 0$

~~Soit~~ : -> "Soit" signifie un "ou exclusif" ça ne convient pas dans ce cas.

~~Soit~~ :	~~Soit~~ :
$\ell = 0$	$-0,1125\, \ell = 0,25$
	$\ell = \frac{200}{9}$

1

Comme $\frac{200}{9} > 1$ alors la limite ℓ de la suite (u_n) est 0. $\ell = 0$.

? pourquoi ?

Exercice 4 :

(répondre sur la feuille de consignes)

Exercice 1 :

b) $\vec{IJ}\begin{pmatrix}1/2\\1/2\\-1\end{pmatrix}$ | $\vec{AE}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ | $\vec{AC}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$

ssi

~~Si~~ $\vec{IJ}$; $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ sont coplanaires ~~alors on peut~~ écrire $\vec{IJ} = x\vec{AE} + y\vec{AC}$ avec x et y 2 réels.

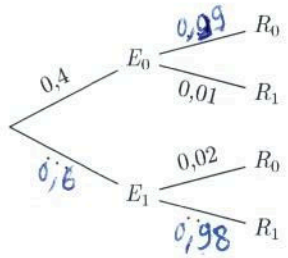
1

$$\begin{cases} 1/2 = y \\ 1/2 = y \\ -1 = x \end{cases}$$ +

Ce système a pour solution $x = -1$ et $y = 1/2$.
Alors $\vec{IJ}$; $\vec{AE}$ et $\vec{AC}$ sont coplanaires.

$\vec{IJ} = -\vec{AE} + \frac{1}{2}\vec{AC}$ +

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0{,}4$; $p_{E_0}(R_1) = 0{,}01$; $p_{E_1}(R_0) = 0{,}02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

   a. 0,99 **b.** 0,396 **c.** 0,01 **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

   a. 0,99 **b.** 0,02 **c.** 0,408 **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

   a. 0,004 **b.** 0,001 **c.** 0,007 **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

   a. 0,03 **b.** 0,016 **c.** 0,16 **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

1. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

   a. 0,915 **b.** 0,109 **c.** 0,976 **d.** 0,085

2. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

   a. $1 - 0{,}12^{10}$ **b.** $0{,}12^{10}$ **c.** $0{,}88^{10}$ **d.** $1 - 0{,}88^{10}$

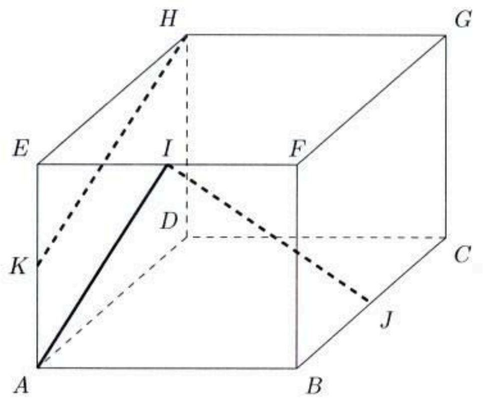
3. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
   Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.
   On peut affirmer que :

a. $N_0 = 17$ **b.** $N_0 = 18$ **c.** $N_0 = 19$ **d.** $N_0 = 20$

Devoir de 2 heures du 15/11/2022.

Exercice 1.

On considère un cube $ABCDEFGH$. Le point I est le milieu du segment $[EF]$, le point J est le milieu du segment $[BC]$ et le point K est le milieu du segment $[AE]$.



Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. (a) Donner les coordonnées des points I et J.
   (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires. *Autrement dit démontrer que l'un des vecteurs est combinaison linéaire des deux autres.*

On considère les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3+t \\ y = 8-2t \\ z = -2+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 8+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
3. Le point $L(4\ ;\ 0\ ;\ 3)$ est-il un point de d_1 ?

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$.
On note f' sa dérivée et C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. (a) Démontrer que, pour tout x appartenant à $]0\ ;\ +\infty[$, on a $f'(x) = \ln(x)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse $x =$e.
2. *Question indépendante de ce qui précède.* Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(x^2+1) > 8$.

Exercice 3.

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0{,}6 \\ u_{n+1} = 0{,}75u_n\left(1 - 0{,}15u_n\right) \end{cases}$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ par

$$f(x) = 0{,}75x(1 - 0{,}15x).$$

2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ et dresser son tableau de variations.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ l'équation $f(x) = x$.

On remarquera pour la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f\left(u_n\right)$.

4. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.
   (b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   (c) Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n).

Exercice 4.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1. Chaque 0 ou 1 est appelé bit. En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission : un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :