

Entraînement de terminale du 2022/09/12.

Exercice 1.

Partie A.

Afin d'établir les liens entre le surpoids et l'alimentation, on interroge les enfants des écoles primaires d'une ville.

L'enquête révèle que 60 % des enfants boivent 1 boisson sucrée ou plus par jour.

Parmi les enfants buvant 1 boisson sucrée ou plus par jour, un enfant sur 8 est en surpoids, contre seulement 8 % pour les enfants buvant moins d'une boisson sucrée par jour.

On choisit un enfant au hasard parmi les enfants des écoles primaires de la ville et on considère les événements suivants :

B : « l'enfant boit 1 boisson sucrée ou plus par jour »,

S : « l'enfant est en surpoids ».

les événements contraire de B et de S sont notés respectivement \overline{B} et \overline{S} .

Pour tous événements A et B , avec B un événement de probabilité non nulle, la probabilité de A sachant B est notée $\mathbb{P}_B(A)$.

1. Justifier que $\mathbb{P}_B(S) = 0,125$.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. Calculer $\mathbb{P}(B \cap S)$.
4. Déterminer la probabilité que l'enfant soit en surpoids.
5. On a choisi un enfant en surpoids. Quelle est la probabilité qu'il boive 1 boisson sucrée ou plus par jour ? On arrondira le résultat au millième.

Partie B.

Dans une ville on souhaite vérifier si les problème de surpoids sont liés à la consommation de boisson sucrée.

On interroge 35 enfants en surpoids dans des écoles et on note s'ils sont consommateurs de boissons sucrées ou pas. On admet que la probabilité, à l'échelle nationale, qu'un enfant en surpoids consomme 1 boisson sucrée ou plus par jour est de 0,7.

1. On note X la variable aléatoire qui indique le nombre d'enfants, parmi les 35 interrogés, qui consomment des boissons sucrées.

- (a) Justifier que X suit une loi binomiale dont vous préciserez les paramètres.
 - (b) Calculer la probabilité que 3 enfants parmi les 35 consomment des boissons sucrées.
 - (c) Calculer la probabilité qu'au moins 10 des enfants consomment des boissons sucrées.
 - (d) Combien d'enfants consommateurs de boissons peut-on s'attendre à trouver dans le groupe des 35 ?
2. Afin de modifier leurs habitudes de consommation, la mairie prévoit d'offrir des boissons désaltérantes sans sucres aux enfants qui usent de boissons sucrées.
- Les boissons offertes représentent une dépense de 400 € par enfant et par an. On note Y la variable aléatoire correspondant au montant des dépenses de la mairie pour cette école.
- (a) Exprimer Y en fonction de X .
 - (b) Quel est le montant des dépenses que doit prévoir la mairie pour un tel groupe de 35 enfants ?

Exercice 2.

1. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et , pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = 2u_n + 1.$$

Démontrez par récurrence que, pour tout entier naturel n ,

$$u_n = 3 \times 2^n - 1.$$

2. Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 2$ et , pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$v_{n+1} = \frac{v_n}{4} + 3.$$

Démontrez par récurrence que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est majorée par 4.

Exercice 3.

Étudiez les variations de $h : x \mapsto \frac{xe^{x^2}}{x^2 - 1}$.