1090

12/05/22

[redacted] TE

Math:

~~38~~ $\frac{45}{71}$

Exercice 1

1. Justifions $\mathbb{P}_B(S) = 0,125$

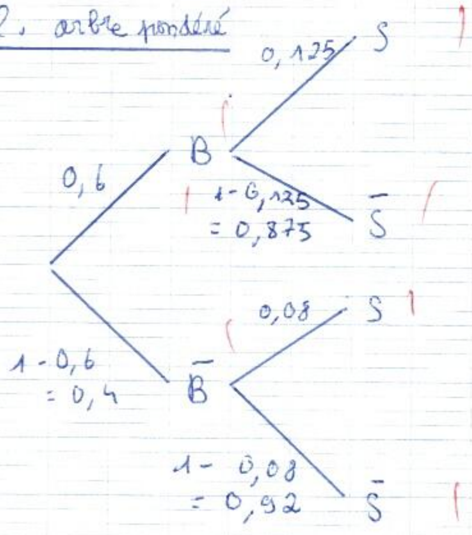
$\mathbb{P}_B(S)$ ~~=~~ signifie la probabilité que l'enfant est en surpoids sachant qu'il boit une boisson sucrée ou plus par jour.

Dans l'énoncé on a :

« Parmis les enfants buvant 1 boisson sucrée ou plus par jour, un enfant sur 8 est en surpoids »

ce qui revient à dire que $\mathbb{P}_B(S) = \frac{1}{8} = 0,125$

2. arbre pondéré



3 Calculons $\mathbb{P}(B \cap S)$

$\mathbb{P}(B \cap S) = P(B) \times P_B(S)$

$\mathbb{P}(B \cap S) = 0,6 \times 0,125$

$\mathbb{P}(B \cap S) = 0,075$

4. Calculons $\mathbb{P}(S)$

$\boxed{S : \text{« l'enfant est en surpoids »}}$

~~$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B \cap S) + \mathbb{P}(\bar{B} \cap S)$~~

~~$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B \cap S) + \mathbb{P}(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(S)$~~

~~$\mathbb{P}(S) = 0,075 \times 0,4 \times 0,08$~~

~~$\mathbb{P}(S) = 0,0024$~~

$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B \cap S) + \mathbb{P}(\bar{B} \cap S)$

$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B \cap S) + \mathbb{P}(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(S)$

$\mathbb{P}(S) = 0,075 + 0,4 \times 0,08$

$\mathbb{P}(S) = 0,107$

5. Calculons $\mathbb{P}_S(B)$

$\boxed{\mathbb{P}(B \cap S) = P_S(B) \times P(S)}$

$$\mathbb{P}_S(B) = \frac{\mathbb{P}(B \cap S)}{\mathbb{P}(S)}$$

$$\mathbb{P}_S(B) = \frac{0,075}{0,107} \simeq 0,701$$

La probabilité est de 0,701 (qu'un enfant en surpoids boivent 1 boisson sucrée ou plus par jour).

Partie B

1. a Justifions un schéma de Bernoulli

? « consommer une boisson sucrée ou plus par jour ou pas »

succès : « consommer une boisson sucrée ou plus par jour »

$p = 0,7$

C'est une épreuve de Bernoulli répétée $n = 35$ fois de façon identique et indépendante.

2/4

[redacted]

1090

X compte le nombres d'enfants qui consomment des boissons sucrées donc $X \hookrightarrow B\left(\cancel{\begin{smallmatrix}35\\0,7\end{smallmatrix}}\right)$ 0

1.b Calculons $\mathbb{P}(X=3)$

$\mathbb{P}(X=k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$

$\mathbb{P}(X=3) = \binom{35}{3} \times 0,7^3 \times (1-0,7)^{35-3}$

$\boxed{\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}}$

$\mathbb{P}(X=3) = \frac{35!}{3!(35-3)!} \times 0,7^3 \times 0,3^{32}$

$\mathbb{P}(X=3) \simeq 4,16 \times 10^{-14}$

1.c Calculons $\mathbb{P}(X \geqslant 10)$

$\mathbb{P}(X \geqslant 10) = 1 - \mathbb{P}(X \leqslant 9)$

$\mathbb{P}(X \geqslant 10) \approx 1 - 8,42 \times 10^{-8} \approx 0,9999$

1.d Calculons $\mathbb{P}(X=k)$ pour que $\mathbb{P}(X)$ soit le plus grande

D'après le tableur de la calculatrice on peut s'attendre à ce que 25 enfants consomment une boisson ou plus.

$E(X) = np = 35 \times 0,7 \simeq 25$

On peut s'attendre à 25 enfants qui consomment une boisson ou plus.

2.a Exprimons Y en fonction de X ?

~~$Y = -400X$~~ ~~y~~ = ? -400 → une dépense de 400 € ?

~~$Y = -(400 \times X)$~~ $Y = 400X$

b. Elle doit prévoir une dépense de 400×35, c'est à dire de 14 000 € de dépense en sachant qu'il est le plus probable que seulement 25 enfants abusent de boissons sucrées donc 400×25 ; 10 000 € sont donc la dépense la plus probable.

Exercice 2.

Démontrons $u_n = 3 \times 2^n - 1$ par récurrence pour tout $n \in \mathbb{N}$,

3/4

Initialisation

* $u_0 = 2$

$u_n = 3 \times 2^n - 1$

$u_0 = 3 \times 1 - 1 = 2$

$u_n = 3 \times 2^n - 1$ ~~est initialisée~~.

Hérédité

* Je suppose que $P(n)$? $= 3 \times 2^n - 1$ est vraie pour un $n \in \mathbb{N}$,

Démontrons $P(n+1)$

$u_{n+1} = 2u_n + 1$ car?

$u_{n+1} = 2(3 \times 2^n - 1)$? car? $+ 1$

$u_{n+1} = 2 \times 3 \times 2^n - 2 + 1$

$u_{n+1} = 3 \times 2^{n+1} - 1$

Donc $u_n = 3 \times 2^n - 1$ pour tout entier naturel n,

Démontrons par récurrence que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est majorée par 4

* $u_0 = 2$

$u_{n+1} = \frac{u_n}{4} + 3$

$u_1 = \frac{2}{4} + 3 = 3,5$

*

4/4

[redacted]

TA

1130

67/71

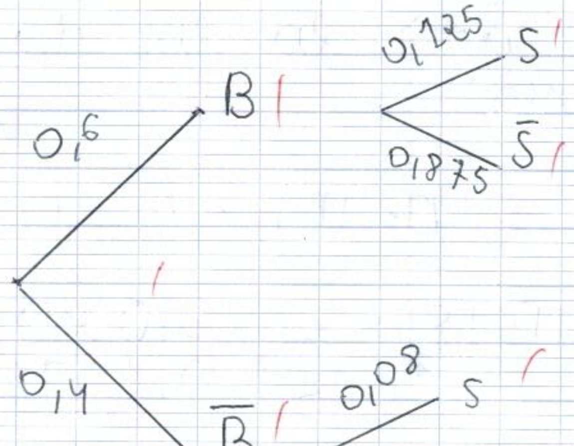
Exercice 1

1- D'après l'énoncé :

« parmi les enfants buvant 1 boisson sucrée ou plus par jour, un enfant sur 8 est en surpoids »

Donc $P_B(S) = \frac{1}{8} = 0,125$

2 -



3- $\mathbb{P}(B) > 0$

Or d'après la loi des probabilités composées

$$\mathbb{P}(B \cap S) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S)$$

Donc $\mathbb{P}(B \cap S) = 0{,}6 \times 0{,}125$
$= \boxed{0{,}075}$

4- La probabilité que l'enfant soit en surpoids correspond à la probabilité de l'évènement S

$\{B ; \bar{B}\}$ ~~forment~~ est un système complet d'évènements

D'après la loi des probabilités totales :

$$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B \cap S) + \mathbb{P}(\bar{B} \cap S)$$

$\mathbb{P}(B) > 0$, $\mathbb{P}(\bar{B}) > 0$

Or d'après la loi des probabilités composées.

$$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S) + \mathbb{P}(\bar{B}) \times \mathbb{P}_{\bar{B}}(S)$$

Donc $\mathbb{P}(S) = 0{,}6 \times 0{,}125 + 0{,}4 \times 0{,}08$
$= \boxed{0{,}107}$

5- Cela correspond à $\mathbb{P}_S(B)$.

$\mathbb{P}(S) > 0$

Or d'après la ~~formule~~ définition des probabilité

1130

[redacted] conditionnelle :

TA $\mathbb{P}_S(B) = \frac{\mathbb{P}(B \cap S)}{\mathbb{P}(S)}$

Donc $\mathbb{P}_S(B) = \frac{0{,}075}{0{,}107}$

$\approx 0{,}701$

Partie B

(a) « Interroger un enfant en surpoid dans une école et noter si il consomme ou non des boissons sucrés » est une épreuve de Bernouilli

Succès « l'enfant consomme des boissons sucrées » $p = 0{,}7$

On répète cette épreuve $n = 35$ de façon independante et à l'identique. Cette ~~épreuve~~ est donc un schéma de Bernouilli de paramètres $n = 35$ et $p = 0{,}7$

X compte le nombre de succès.
Donc $X \hookrightarrow \mathcal{B}(35 ; 0{,}7)$

(b) $\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$

Donc

$P(X=3) = \binom{35}{3} \times 0{,}7^3 \times (1-0{,}7)^{35-3}$

$= \left[\left(\frac{35!}{3!(35-3)!}\right)\right] \times 0{,}7^3 \times (1-0{,}7)^{35-}$

$= 4{,}160 \times 10^{-14}$

c) $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$

D'après la calculatrice :
$P(X \leq 9) = 8{,}418 \times 10^{-8}$

$P(X \geq 10) = 1 - 8{,}418 \cdot 10^{-8}$
$\approx 0{,}999$

d) $E(X) = np$
$= 24{,}5$

On peut donc s'attendre à trouver en moyenne 24,5 consommateurs de boisson dans un groupe de 35

2- (a) $Y = 400 \times X$

b $E(Y) = \cancel{E}(400) \times E(X)$
$= 400 \times 24{,}5$
$= 9800$

La mairie doit dépenser en moyenne pour un tel groupe de 35 enfants, 9800 euros par ans

1130

[redacted]

TA

Exercice 2 :

Soit $P(n)$: « $u_n = 3 \times 2^n - 1$ »

Démontrons par récurrence, que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P(n)$ est vraie.

* $3 \times 2^0 - 1 = 2$ et $u_0 = 2$

$P(n)$ est donc vraie

* Soit $n \in \mathbb{N}$

Admettons que $P(n)$ est vraie et démontrons $P(n+1)$:

D'après la définition de la suite :

$u_{n+1} = 2u_n + 1$

$u_{n+1} = 2(3 \times 2^n - 1) + 1$ d'après l'hypothèse de récurrence

$u_{n+1} = 2 \times (3 \times 2^n) + 2 \times (-1) + 1$

$= 6 \times 2^{n+1} - 2 + 1$

$= 3 \times 2^{n+1} - 1$

ie $P(n+1)$ est vraie

On a donc démontré par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = 3 \times 2^n - 1$$

2. Soit $P(n)$ « $v_n < 4$ »

Démontrons par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P(n)$ est vraie

I - $v_0 = 2$ $\quad 2 < 4$

i.e $P(0)$ est vraie

Soit $n \in \mathbb{N}$

Admettons que $P(n)$ est vraie et démontrons $P(n+1)$

D'après l'hypothèse de récurrence

$v_n < 4$

$\frac{v_n}{4} < \frac{4}{4}$ car $4 > 0$

$\frac{v_n}{4} + 3 < 1 + 3$

$v_{n+1} < 4$ d'après la définition de la suite

1130

[redacted]

TA

$P(n+1)$ est donc vraie

On a donc démontré par récurrence que :

$\forall n \in \mathbb{N},\ u_n < 4$

1140

~~12407~~?

[redacted]

TE

Lundi 12 septembre 20022

Exercice 1 :

$\frac{19}{71}$

Partie A :

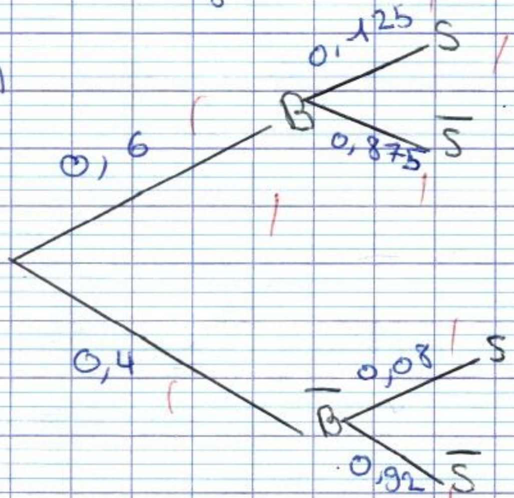
1) On cherche à calculer $P_B(S)$

Pour cela, on sait que B c'est l'enfant boit 1 boisson sucrée ou plus par jour et que S c'est l'enfant est en surpoids.

Dans l'énoncé on nous dit que parmi ceux qui boivent 1 boisson sucrée ou plus par jour, un enfant sur 8 est en surpoids ceux qui veut dire que :

$P_B(S) = \frac{1}{8} = 0,125$.

2)



On complète l'arbre pondéré grâce à la formule $1-p$

3) On souhaite calculer $P(B \cap S)$

Donc $P(B \cap S) = \cancel{P(B) \times P(S)}$

$= 0,6 \times 0,125$

$= 0,075$

4)

5) $\cdot P_S(B) = \frac{P(B \cap S)}{\cancel{P(S)}}$

$= \frac{0,075}{\cancel{0,125}}$

$P(S) \neq P_B(S)$

Remettez le sujet de votre phrase.

? $= \frac{3}{5}$ ~~x~~ $= 0,6$

La ~~probabilité~~ qu'il boive 1 ~~boisson~~ sucrée ou plus par jour ~~est 0,6~~.

Partie B

1) a) On ~~note~~ $X \hookrightarrow B(35;x)$

b) calcule de probabilité pour $P(X=3)$:

? $= \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ Pas de phrases ?

Donc on a :

$\binom{35}{3} p^3 (1-p)^{35-3}$

$= 0,7$

Exercice 3 :

Les variations de $f: x \longrightarrow \frac{xe^{x^2}}{x^2-1}$ est de la forme $\frac{u}{v}$

donc c'est égal à $\frac{u'v \cancel{+} v'u}{v'}$ avec $u(x) = xe^{x^2}$ et $v(x) = x^2-1$

$u'(x) = \cancel{e^{2x}}$ et $v'(x) = 2x$

Donc on a :

$$\frac{(e^{2x} \times x^2 - 1) + (2x \times xe^{x^2})}{2x}$$

$$= \frac{(ex^{2x+2} - 1) + (2x \times e^{x^2})}{2x}$$

$$= \frac{ex^{2x+2} + e^{x^2} + 2x - 1}{2x}$$

1140

~~1240~~ ?

[redacted]

TE

$$= \frac{ex^{2at+2+x^2}}{2x}$$

Partie B

c) $\binom{35}{10} p^{10} (1-p)^{35-10}$

=

1150

[redacted]

Te E

Lundi 12 septembre 2022

Mathématique

	$\frac{26}{71}$

Exercice 1 :

A/

1) Justifions $\mathbb{P}_B(S) = 0{,}125$.

D'après la formule de probabilité conditionnelle on a :

$$P_B(S) = \frac{P(B \cap S)}{P(B)}$$

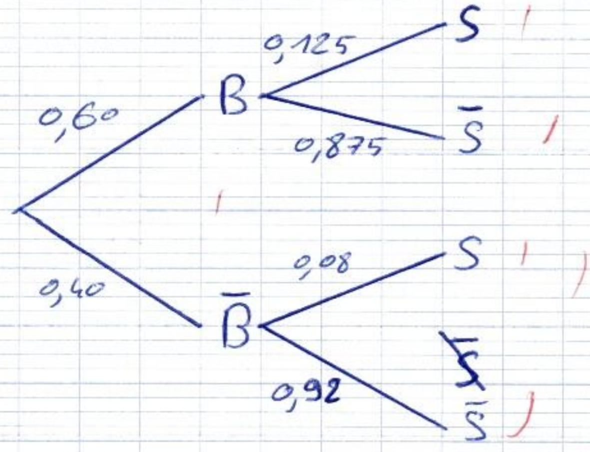
$$= \frac{\cancel{P(B) \times P(S)}}{P(B}$$ seulement si les événements sont indépendants.

$$= \frac{0{,}60 \times 0{,}125}{0{,}60}$$ non : $P_B(S)$

$$\boxed{P_B(S) = 0{,}125}$$

Donc $P_B(S)$ est bien égale à 0,125.

2)



3) Calculons $\mathbb{P}(B \cap S)$

$\mathbb{P}(B\cap S) = \cancel{\mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}(S)}$ non sauf si indépendance.

$= 0,60 \times 0,125$

$\boxed{\mathbb{P}(B\cap S) = 0,075}$

Donc ~~0,075~~ ~~le nombre~~ la probabilité qu'un enfant boit 1 boisson sucrée ou plus en 1 jour et qu'il est en surpoids est 0,075.

4) Déterminons la probabilité que l'enfant soit en surpoids

~~Notons~~ $\mathbb{P}(S)$: "l'enfant est en surpoids"

* $\mathbb{P}_B(S) > 0$; $\mathbb{P}_{\bar{B}}(S) > 0$, donc d'après la formule de probabilité composée :

$\mathbb{P}(S) = \cancel{\mathbb{P}_B(S) + \mathbb{P}_{\bar{B}}(S)}$ → Non : formule des probabilités totales.

$= 0,125 + \dfrac{\mathbb{P}(\bar{B}\cap S)}{\mathbb{P}(\bar{B})}$

$= 0,125 + \dfrac{\mathbb{P}(\bar{B}) \times \mathbb{P}(S)}{\mathbb{P}(\bar{B})}$

1150

[redacted] $\mathbb{P}(S) = 0,125 + \frac{0,40 \times 0,08}{0,40}$

$= 0,125 + 0,08$

$\mathbb{P}(S) = 0,205$

La probabilité que l'enfant soit en surpoids est de $0,205$.

B/

1)

a. Justifions que X suit une loi binomiale.

* Epreuve de Bernoulli :

- Epreuve : " Interroger un enfant et savoir si il est consommateur de boissons sucrées "
- Succès : " l'enfant est consommateur de boissons sucrées "
- $p = 0,7$.

* Schéma de Bernoulli :

L'épreuve est répétée $n = 35$ de façon identique et indépendante.

X compte les succès donc

~~L'épreuve suit un schéma de Bernoulli~~ alors

$X \hookrightarrow \mathcal{B}(35 ; 0,7)$.

B. Calculons $\mathbb{P}(X = 3)$:

$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{(n-k)}$

$$\mathbb{P}(X=3) = \binom{35}{3} \times 0{,}7^3 \times (1-0{,}7)^{(35-3)}$$

$$= \frac{35!}{35!(35-3)!} \times 0{,}343 \times 0{,}3^{32}$$

$$\boxed{\mathbb{P}(X=3) = 0{,}\cancel{2}415}$$

La probabilité que 3 enfants sur 35 soient consommateurs est de 0, 2415.

c) Calculons $\mathbb{P}(X \geq 10)$:

$$\mathbb{P}(X \geq 10) = 1 - \mathbb{P}(\overline{X \geq 10})$$

$$= 1 - \mathbb{P}(X \cancel{\leq} 10)$$

$$\mathbb{P}(X \geq 10) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 9)$$

Avec la calculatrice :

$$\boxed{\mathbb{P}(X \geq 10) \cancel{\approx} 1}$$ Trop arrondi.

La probabilité qu'il y a au moins 10 enfants consommateurs est de 1.

d) D'après

[redacted]
TA

1180

Evaluation de mathématiques du lundi
12 septembre 2022

$\frac{48}{71}$

Exercice 1:

Partie A:

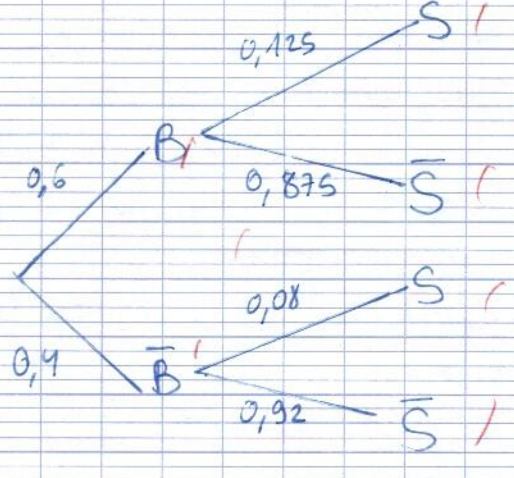
1- Justifions que $\mathbb{P}_B(S) = 0{,}125$.

Comme dit dans l'énoncé, on sait que:

$\mathbb{P}_B(S) = \frac{1}{8}$

Soit: $\mathbb{P}_B(S) = 0{,}125$

2- Faisons un arbre pondéré:



3- Calculons $\mathbb{P}(B \cap S)$:

Puisque $\mathbb{P}(B) > 0$, alors d'après la formule des probabilités composées.

$\mathbb{P}(B \cap S) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S)$

$= 0{,}6 \times 0{,}125$

$\mathbb{P}(B \cap S) = 0,075$

4- Déterminons $\mathbb{P}(S)$:

$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B \cap S) + \mathbb{P}(\bar{B} \cap S)$

$= 0,075 + \mathbb{P}(\bar{B}) \times \mathbb{P}_{\bar{B}}(S)$

$= 0,075 + 0,4 \times 0,08$

$= 0,075 + 0,032$

$\mathbb{P}(S) = 0,107$

5- Calculons $\mathbb{P}_S(B)$:

$$\mathbb{P}_S(B) = \frac{\mathbb{P}(B \cap S)}{\mathbb{P}(S)}$$

$$= \frac{0,075}{0,107}$$

$\mathbb{P}_S(B) \approx 0,701$

Partie B:

1- a) Justifions que X suit une loi binomiale:

Prendre un enfant au hasard et regarder s'il consomme des boissons sucrées est une épreuve de Bernoulli.

Le succès est: "l'enfant consomme des boissons sucrées" et $p = 0,7$

L'épreuve de Bernoulli est répétée $n = 35$ fois de façon identiques et indépendantes.

L'expérience est un schéma de Bernoulli de paramètre $n = 35$ et $p = 0,7$.

X compte le nombre d'enfants consommant des boissons sucrées, i.e. de succès, donc:

$X \hookrightarrow \mathcal{B}(35; 0,7)$

b) Calculons $\mathbb{P}(X = 3)$:

1180

[redacted]

TA

$\mathbb{P}(X=k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$

$\mathbb{P}(X=3) = \binom{35}{3} \times 0{,}7^3 \times (1-0{,}7)^{35-3}$

$= \dfrac{35!}{3!\,(35-3)!} \times 0{,}7^3 \times (1-0{,}7)^{35-3}$

$\mathbb{P}(X=3) \approx 4{,}16 \times 10^{-14}$

c) Calculons $\mathbb{P}(X \cancel{\leq} 10)$:

$\mathbb{P}(X \leq 10) = 1 - \mathbb{P}(\overline{X \leq 10})$

$= 1 - \mathbb{P}(X > 9)$

$= 1 - \mathbb{P}(X \geq 9)$

$\approx 8{,}42 \times 10^{-8}$

d) Cherchons combien d'enfants consommateurs de boissons on peut s'attendre à trouver dans le groupe de 35:
Avec l'aide de la calculatrice, on s'apperçoit que:
$X \cancel{\geq} 25$

2- a) Exprimons Y en fonction de X:
$Y = 400\cancel{X}$

b) Cherchons le montant des dépenses que doit prévoir la mairie:
$Y = 400 \times 25$
$Y = 10\,000$

Exercice 2:

1- Démontrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3 \times 2^n - 1$
Notons $P(n)$: "$u_n = 3 \times 2^n - 1$".
· Initialisation: $u_0 \overset{?}{=} 3 \times 2^0 - 1 = 2$ donc $P(0)$ est vraie

Hérédité : Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $P(n)$ est vraie et démontrons que $P(n+1)$ est vraie.

D'après l'hypothèse de récurrence :

$$2u_n + 1 = 2(3 \times 2^n - 1) + 1$$
$$= 6 \times 4^n - 2 + 1$$
$$= 6 \times 4^n - 1$$
$$= 2(3 \times 2^n) - 1$$

Ainsi, $P(n+1)$.

On a démontré par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P(n)$ est vraie.

2 - Démontrons par récurrence que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est majorée par 4 :

Notons $P(n)$: " $v_n \cancel{\geq} 4$ "

Exercice 3 :

Etudions les variations de $h : x \longmapsto \dfrac{x e^{x^2}}{x^2 - 1}$:

$h(x) = \dfrac{x e^{x^2}}{x^2 - 1}$ de forme $\dfrac{u}{v} = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$ avec

$u(x) = x e^{x^2}$ et $v(x) = x^2 - 1$

$u'(x) = \cancel{e^x}$ et $v'(x) = 2x$

$$h'(x) = \frac{e^x \times (x^2 - 1) - x e^x \times 2x}{(x^2 - 1)^2}$$

$$= \frac{x^2 e^x - e^x - 2x^2 e^x}{(x^2 - 1)^2} \quad \text{or } (x^2 - 1)^2 > 0$$

11 | 90

[redacted]

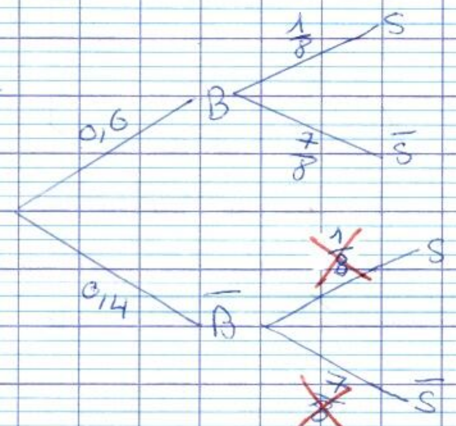
Exercice 1 Démonstration par récurrence n'est pas comprise.

28/44

Partie A

1. $\mathbb{P}_B(S)$ est la propabilité qu'un enfant est en surpoids sachant que l'enfant boit 1 boisson sucrée ou plus par jour soit $\frac{1}{8}$ donc ce qui fait 0,125 donc
$\mathbb{P}_B(S) = 0,125$ /

2.



3. Calculons $\mathbb{P}(B \cap S)$

~~D'après~~ la formule des propabilités composés $\mathbb{P}(B \cap S) = \mathbb{P}_B \times \mathbb{P}_B(S)$

= ~~donc~~ $0,6 \times \frac{1}{8} = 0,075$.

$\mathbb{P}(B \cap S) = 0,075$.

4. ~~la probabilité que l'enfant soit en surpoids est noté P(S)~~

~~Donc~~ $\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B \cap S)$ ~~X~~ $\mathbb{P}(\bar{B} \cap S)$, les ~~propabilités sont~~ disjoints, alors

$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B \cap S) + \mathbb{P}(\bar{B} \cap S)$

$= (0,6 \times \frac{1}{8}) + (0,4 \times \cancel{\frac{1}{8}})$

$= 0,\cancel{12}5$

5.

Partie B.

a) Justifions qu'il s'agit d'une épreuve de Bernoulli.

* Épreuve de Bernoulli

Interroger ~~des~~ enfants sur leur poids et vérifiez s'ils sont consommateurs de boissons sucré ou pas

Succès : "L'enfant consomme des boissons sucrées"

$p = 0,7$

* Schéma de Bernoulli

L'expérience est répétée $n = 35$ fois de façon indépendante et à l'identique

L'expérience est un schéma de Bernoulli avec les paramètres $n = 35$ et $p = 0,7$

X compte le nombre d'enfants, parmi les 35 interrogés, qui consomment des boissons sucrées, c'est-à-dire le succès, donc X suit une loi binomiale $X \hookrightarrow B(35, 0,7)$

b) Calculons $\mathbb{P}(X=3)$

$P(k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$

$P(3) = \binom{35}{3} \times 0,7^3 \times (1-0,7)^{35-3}$

$P(3) \approx 4,16 \times 10^{-14}$

$\boxed{P(X=3) \approx 4,16 \times 10^{-14}}$

c) Calculons $\mathbb{P}(X \cancel{\leq} 10)$

$\mathbb{P}(X \leq 10) \simeq 5,24 \times 10^{-7}$

d) Selon la calculatrice quand $X = 25$

25 enfants sont consommateurs de boissons sucrés dans ce groupe des 35.

2a) $Y = 400 X \times$ le nombre d'années

2b) Calculons les dépenses que doit prévoir la mairie pour le groupe de 35 enfants

$Y = 400 \times 25 \times 1 = 10\,000$

La mairie doit une dépense de 10 000 € par an pour ses 25 enfants du groupe des 35

2/4

1190

[redacted]

Exercice 2 Pas euro.

1) Soit (U_n), la suite définie , pour tout $n \in \mathbb{N}$, par

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ U_{n+1} = 2U_n + 1 \end{cases}$$

Démontrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, "$U_n = 3\times 2^n - 1$"

~~Notons~~ "$U_n = 3\times 2^n - 1$" pour tout $n \in \mathbb{N}$.

* Initialisation : $u_0 = \cancel{3\times 2^0 - 1} = 2$ $u_0 = 2$ donc ~~u_0 est vraie~~.
à prouver $2\times u_0$?
* Hérédité

Soit $n \in \mathbb{N}$.

Supposons que u_0 est vraie, démontrons que U_{n+1} est aussi vraie.

D'après l'hypothèse de récurrence, $\cancel{U_{n+1} = 2U_n + 1}$.

$U_{n+1} = 2U_n + 1$

$U_{n+1} = 2(3\times 2^n - 1) + 1$

$U_{n+1} = \cancel{6}\times 2\times 2^n - \cancel{1} + 1$

$U_{n+1} = 6\times \cancel{4^n} - 1$ oh!

$U_{n+1} = 3\times 2^n - 1 \leq 6\times 4^n - 1$

Or $U_{n+1} = U_n \leq 6\times \cancel{4}^n - 1$

~~On a démontré~~ que pour tout $n \in \mathbb{N}$ que $\cancel{U_{n+1} = U_n}$

2) Soit (U_n), la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n}{4} + 3 \end{cases}$$

Démontrons par récurrence que, pour tout entier naturel n ? est majorée par 4.

Notons "$U_n = 3\times 2^n - 1$" pour tout $n \in \mathbb{N}$

* Initialisation : $u_0 = \cancel{3\times 2^0} - 1 = 2$ $u_0 = 2$ donc u_0 est vraie
* Hérédité

Soit $n \in \mathbb{N}$

Supposons que ~~u_0~~ est vraie, démontrons que $\cancel{U_{n+1}}$ est aussi vraie.

D'après l'hypothèse de récurrence, $U_{n+1} = \dfrac{U_n}{4} + 3$.

$U_{n+1} = \frac{U_n}{4} + 3$

$U_{n+1} = \frac{3 \times 2^n - 1}{4} + 3$

Dn. $U_{n+1} \geq 4$

On a démontré que U_n $n \in \mathbb{N}$ est majorée par 4.

Exercice 3 :

$(g \circ f)' = g' \circ f \times f'$ /

1230

7
71

Contrôle de Mathématiques

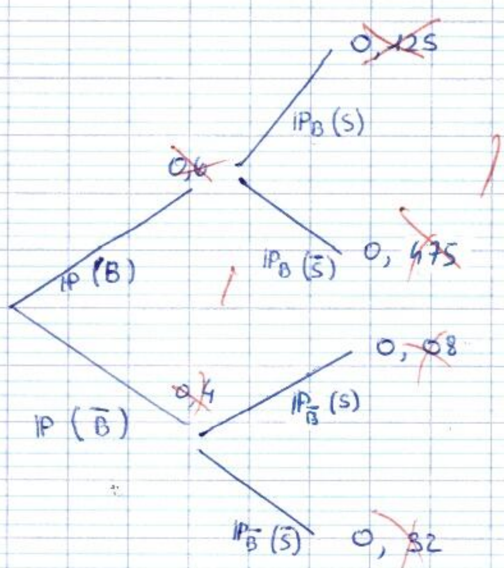
[redacted]

TE

Exercice 1. Partie A

1- $P_B(S)$ correspond à la probabilité que l'enfant soit en surpoid sachant qu'il boit une boisson sucrée ou plus par jour. L'énnoncé nous apprend qu'un enfant sur 8 est concerné par ce phénomène, $\frac{1}{8} = 0,125$, donc nous pouvons affirmer que $\boxed{P_B(S) = 0,125}$

2 -



3 - $P(B \cap S)$ [correspond à la probabilité que l'enfant soit en surpoid et qu'il boive au moins une boisson sucrée tous les jour,] donc $\boxed{P(B \cap S) = \cancel{P(B) + P(S)} = 0,805}$

4 - $P(S) = P_B(S) \cancel{+} P_{\bar{B}}(S) = 0,08 + 0,125 \boxed{= \cancel{0,205}}$

5 - $P_S(B) =$

Exercice 1 : Partie B

1 - (a) - X suit une loi binomiale ~~car seulement deux paramètres rentrent en jeu~~ : $\mathbb{P}(B)$ et $\mathbb{P}(\bar{B})$.

(b) -
(c) - pas facile à faire sans calculatrice ... ☹
(d) -

Les rédactions sont possibles, l'absence de calculatrice ne dépend que de vous-même...

2 - (a) -

(b) - $400 \times 35 = 14\,000$? , ~~la mairie doit donc prévoir 14000 € par an pour offrir des boissons sans sucre à un groupe de 35 enfants.~~

12 40

[redacted]

T^ale 2

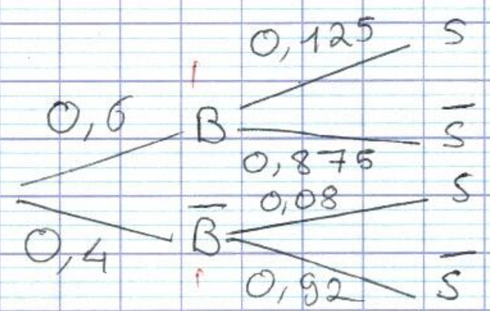
Maths

38/71

Exercice 1) Partie A

1) $P_B(S)$ est la probabilité que l'enfant soit en surpoids sachant que l'enfant boit 1 boisson sucrée au plus par jour. D'après l'énoncé on a :
$P_B(S) = \frac{1}{8} = \cancel{\text{soit}}\ 0,125$

2)



3) Calculons $P(B \cap S)$

$P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S)$
$P(B \cap S) = 0,6 \times 0,125$
$P(B \cap S) = 0,075$

La probabilité de $P(B \cap S)$ est donc égale à 0,075

4) Calculons la probabilité que l'enfant soit en surpoids, c'est à dire la probabilité de S soit $P(S)$

Avec les probabilités totales on a :

$P(S) = P(B \cap S) + P(\overline{B} \cap S)$

$P(S) = 0,6 \times 0,12 ? + 0,4 \times 0,08$

$P(S) = 0,104$

$\boxed{\text{La probabilité que l'enfant soit en surpoids est de } 0,104}$

~~5) Calculons la probabilité que l'enfant choisi est en surpoids et qu'il boive une boisson sucrée au plus par jour~~

~~$P(B \cap S) = 0,075$~~

Partie B)

a) Justifions que X suit une loi binomiale

- Épreuve de Bernoulli
- ~~Avoir~~ interrogé un enfant en surpoids ~~qui consomment~~
~~1 boisson sucrée~~ au plus par ou non
- Succès : "Avoir un enfant en surpoids qui consomment 1 boisson sucrée au plus par jour
- $p = 0,7$
- Schéma de Bernoulli
- Cet événement est répété 35 fois et de manière indépendantes
- C'est donc un schéma de Bernoulli avec $n = 35$

2/

1240

[redacted] et $p = 0,7$

[redacted] - X compte donc le nombre de succès ~~et~~ donc suit la loi Binomiale suivante]

$$X \hookrightarrow B(35\,;\,0,7)$$

b) Calculons la probabilité que 3 enfants parmis les 35 consomment des boissons sucrées.

$$P(X=k) = \binom{n}{k} \times p^{k} \times (1-p)^{n-k}$$

$$P(X=3) = \binom{35}{3} \times 0,7^{3} \times (1-0,7)^{35-3}$$

$$P(X=3) = \frac{35!}{3!(35-3)!} \times 0,34 \times 0,3^{32}$$

$$P(X=3) \simeq 4,16^{-14}$$

c) $P(X \leq 10) \simeq 5,2336^{-7}$ / D'après la calculatrice

d) On pourra s'attendre à en trouver 25 dans le groupe de 35, car d'après la calculatrice
$P(X=25) = 0,1454$
$P(X=25)$ correspond ~~au plus~~ à la plus haute probabil

2) a) $Y = E(x)$

b) $Y = n \times p$
$Y = 35 \times 0,7$
$Y = 24,5$

Y ne suit pas une loi binomiale !

Il faudra donc prévoir 9800 € pour le groupe de 35, car $24,5 \times 400 = 9800$ €

3/

Exercice 2)

1) ~~Démontrons par récurrence la suite définie par $u_0 = 2$ soit u_m~~

$\boxed{\text{On a } u_0 = 2 \text{ et pour tout } n \in \mathbb{N}, \ u_{n+1} = 2u_m + 1}$

Démontrons par récurrence que pour tout entier naturel m, $u_m = 3 \times 2^m - 1$

Pas nombre mais phrase.

Notons : $P(m) = 3 \times 2^m - 1$

* Initialisation / Démontrons ~~et calculons~~ $P(0)$

$3 \times 2^0 - 1 = 0$ et u_0 ?

$P(0)$ est donc vraie

* ~~Sup~~ Soit $m \in \mathbb{N}$, supposons que $P(m)$ est vraie, calculons $P(m+1)$

D'après l'hypothèse ~~de~~ récurrence on a

$u_{m+1} = 2u_m + 1$

$u_{m+1} = 2 \times [3 \times 2^m - 1] + 1$

$u_{m+1} = 2^1 \times 3 \times 2^m - \cancel{1} + 1$

$u_{m+1} = 3 \times 2^{m+1}$

Donc $P(m+1)$ est vraie

On a donc pour tout entier naturel m,

$u_m = 3 \times 2^m - 1$

1240

[redacted]

2) Notons : « $P(n+1) : \frac{v_n}{4} + 3 \leq 4$ » /

~~On a~~

Lorsque on a $v_n = 2$

on a $\cancel{P(n+1)} = \frac{2}{4} + 3$ $\frac{v_n}{4} + 3$

$\cancel{P(n+1)} = 3,5$

$3,5 < 4$

On a donc démontré que v_{n+1} est inférieure v_n sera aussi inférieur.

1260

[redacted]

TA

Évaluation d'entraînement
Maths

$\frac{54}{71}$

Exercice 1

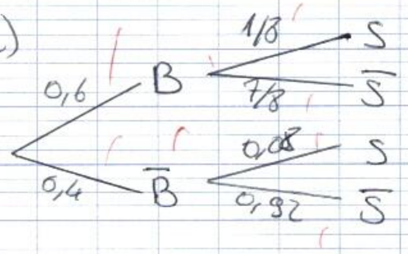
~~calculons $\mathbb{P}_B(S)$~~

~~1) $\{B, \bar{B}\}$ un système complet d'évènement~~
~~$P(B) \neq 0$ et $P(S) \neq 0$, d'après la formule des probabilités composées : $\mathbb{P}(B \cap S) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S)$~~
~~$= 0{,}6 \times \frac{1}{8}$~~
~~$= 0{,}075$~~

~~$\mathbb{P}_B(S) = \frac{\mathbb{P}(B \cap S)}{\mathbb{P}(B)}$~~
~~donc $\mathbb{P}_B(S) = \frac{0{,}075}{\mathbb{P}(B)}$~~
~~$= \frac{0{,}075}{0{,}6}$~~
~~$\mathbb{P}_B(S) = 0{,}125$~~

1) $\mathbb{P}_B(S) = \frac{1}{8} = 0{,}125$ /

2)



3) Calculons $\mathbb{P}(B \cap S)$

d'après la formule des probabilités composées : /

$\mathbb{P}(B \cap S) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S)$ /
$= 0{,}6 \times 0{,}125$ /
$= 0{,}075$ /

Tournez la page.

4) Calculons $\mathbb{P}(S)$

$\{B ; \overline{B}\}$ un systhème complet d'évènements, d'après la formule des probabilités totales

$$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B \cap S) + \mathbb{P}(\overline{B} \cap S)$$

$\mathbb{P}(S) > 0$, $\mathbb{P}(B) > 0$, d'après la formule des probabilités composées

$$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S) + \mathbb{P}(\overline{B}) \times \mathbb{P}_{\overline{B}}(S)$$

$$= 0,6 \times \frac{1}{8} + 0,4 \times 0,08$$

$$\underline{\mathbb{P}(S) = 0,107}$$

5) ~~Cal~~ Calculons $\mathbb{P}_S(B)$

$$\mathbb{P}_S(B) = \frac{\mathbb{P}(B \cap S)}{\mathbb{P}(S)}$$

$$= \frac{0,075}{0,107}$$

$$\underline{\mathbb{P}_S(B) \simeq 0,701}$$

Partie B

1a) "interroger un enfant" est une épreuve de Bernouilli. ~~Son~~ succès est de $p = 0,7$

L'épreuve est répétée à l'identique et de manière indépendante, c'est donc un shéma de Bernouilli avec $n = 35$

$$X \hookrightarrow \mathcal{B}(35 ; 0,7)$$ =?

b) Calculons $\mathbb{P}(X = 3)$

$$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$\mathbb{P}(X = 3) = \binom{35}{3} 0,7^3 (1-0,7)^{35-3}$$

$$= \frac{35!}{3!(35-3)!} 0,7^3 (1-0,7)^{35-3}$$

$$\simeq 4,16 \cdot 10^{-14}$$

12 60

[redacted]

TA

c) $P(X \geqslant 10) = 1 - P(\overline{X \geqslant 10})$

$= 1 - P(X \leqslant 10)$

$= 1 - P(X \leqslant 9)$

$\simeq 0,99...$

d)

2) a) $Y = \cancel{P(X)} \times 400$

b) $E(X) = np \times 400$

$= 9800€$

Exercice 2

Notons $P(n)$: « $u_n = 3 \times 2^n - 1$ » pour tout $n \in \mathbb{N}$

Démontrons que $P(n)$ est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par récurrence

* $u_0 \overset{?}{=} 3 \times 2^0 - 1$

$= 2$

donc $P(0)$ est vraie

Soit $n \in \mathbb{N}$

* Supposons que $P(n)$ soit vraie et démontrons que $P(n+1)$ ~~le soit~~ l'est aussi.

$u_{n+1} = 2u_n + 1$, d'après la définition de (u_n)

$u_{n+1} = 2(3 \times 2^n - 1) + 1$, d'après l'hypothèse de récurrence

$= 3 \times 2^{n+1} - 2 + 1$

$= 3 \times 2^{n+1} - 1$

donc $P(n+1)$ est vraie

* $P(n)$ est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par démonstration par récurrence

2) Notons $P(n)$: " $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée par 4", pour tout $n \in \mathbb{N}$

Demontrons que $P(n)$ est vraie pour $n \in \mathbb{N}$ par récurrence

* $u_0 \leq 4$

$2 \leq 4$

donc $P(0)$ est vraie

* Supposons que $P(n)$ soit vraie et démontrons que $P(n+1)$ le soit aussi

$u_{n+1} = \frac{u_n}{4} + 3$ par dé~~finit~~ion ok de (u_n)

$\frac{u_n}{4} + 3 \leq 4$, d'après l'hypothèse de récurrence

1270

Eval de Maths.

[redacted]

TE

$\frac{33}{71}$

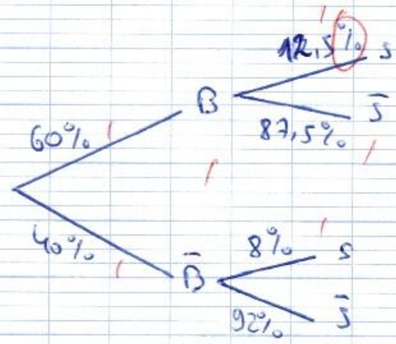
Exercice 1 :

Partie A :

1)

2) Représentons la situation par un arbre pondéré.

Évitez les pourcentages.



4) Calculons $P(B \cap S)$

$P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S)$

$= \frac{60}{100} \times \frac{12,5}{100}$

La probabilité de B ~~et de~~ inter S est de 0,

$\boxed{P(B \cap S) = 0,075}$

Tournez la page

1/4

4) Déterminons ~~que~~ la probabilité que l'enfant soit en surpoids.

~~$P(S) = P_B(S) + P_{\bar{B}}(S)$~~

~~$= 0,125 + 0,3 \left(\frac{8}{100} \times \frac{40}{100}\right)$~~

~~$\boxed{= 0,032}$~~

La probabilité de ~~S~~ est de 0,032.

5) Calculons la probabilité qu'un enfant en surpoids boive 1 boisson sucrée ou plus par jour :

~~$P_S(B) = P(S) \times P(B \cap S)$~~

~~$= 0,032 \times \left(\frac{60}{100} \times 0,032\right)$~~

$\boxed{= 6,144 \times 10^{-4}}$

La probabilité ~~qu'~~un enfant en surpoids boive 1 boisson sucrée ou plus par jour est de 6,144 $\times 10^{-4}$.

Partie B :

1a) Justifions qu'il s'agit d'une loi binomiale.

"Epreuve de Bernoulli" :

- Regarder s'il ~~consomment~~ de boissons est une épreuve de Bernoulli

- Succès : obtenir une personne consommant des boissons sucrées.

- $p = 0,7$

L'épreuve de Bernoulli est répétée $n = 35$ fois à l'identique et de façon indépendante

L'expérience est un schéma de Bernoulli de paramètre $n = 35$ et $p = 0,7$.

$X \hookrightarrow B(35 ; 0,7)$.

1270

[redacted]

TE.

b) Calculons $P(X=3)$

$P(X=k) = \binom{n}{k} \times p^k (1-p)^{n-k}$

$P(X=3) = \binom{35}{3} 0{,}7^3 (1-0{,}7)^{32}$

$= \frac{35!}{3!(35-3)!} \times 0{,}7^3 (1-0{,}7)^{32}$

$\boxed{4{,}2 \times 10^{-14}}$

La probabilité que 3 enfants parmi les 35 consomment des boissons sucrées est de $4{,}2 \times 10^{-14}$.

c) Calculons $P(X \geq 10)$

$P(X \geq 10) = 1 - P(X < 10)$

$= 1 - (P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) + P(X=7) + P(X=8) + P(X=9))$

$1 - ((5 \times 10^{-19}) + (4 \times 10^{-17}) + (2 \times 10^{-15}) + (4 \times 10^{-14}) + (8 \times 10^{-13}) + (1 \times 10^{-11}) \times (1 \times 10^{-10}) + (1{,}3 \times 10^{-9}) + (1 \times 10^{-8}) + (7{,}2 \times 10^{-8})$

$\boxed{\approx \cancel{1}}$ trop arrondi.

La $P(X \geq 10)$ est d'environ 1.

d) On peut s'attendre à 25 enfants car d'après la calculatrice la probabilité la plus élevée est celle pour 25 enfants soit 0,1454.

2) a) Exprimons Y en fonction de X.

Soit n le nombre d'enfant.

$Y = 400 \times n$ $\quad X = 0{,}1454$?

$Y = X$

$400 \times n = 0{,}1454$

3/4

b) Calculons la dépense :

$Y = 400 \times n$?

$Y = 400 \times \cancel{25}$

$\boxed{Y = \cancel{1000}.}$

La mairie doit dépenser 1000 €.

Ex 2)

1) ~~Soit $\forall n \in \mathbb{N}$:~~ ~~Démontrons par récurrence $P(n)$: $v_{n+1} = 2v_n + 1$.~~

~~Initialisation :~~

~~$u_{n+1} = 2u_n + 1$~~

~~$u_{0+1} = 2u_0 + 1$~~

~~$u_1 = 2 \times 2 + 1$~~

~~$\boxed{u_1 = 5}$~~

Pas de sens

Soit $\forall n \in \mathbb{N}$.

Démontrons par récurrence que $P(n)$ " $u_n = 3 \times 2^n - 1$ "

Initialisation

$\cancel{u_n = 3 \times 2^n - 1}$

$u_0 = 3 \times 2^0 - 1$

$\boxed{u_0 = 2}$ $P(n)$ est vraie.

Supposons que

Supposons que $P(n)$ est ~~soit~~ vraie démontrons que $P(n+1)$ soit également vraie.

Hérédité :

$u_n = 3 \times 2^n - 1$?

$u_{n+1} = 2u_n + 1$. ?

$u_{n+1} = 2(3 \times 2^n - 1) + 1$

$u_{n+1} + u_n = 2(3 \times 2^n - 1) + 1 + u_n$?

$\boxed{\cancel{u_{n+2} = 2u_{n+1} + 1}}$

2) Démontrons par récurrence que $P(n)$ " $\cancel{v_{n+1} = \frac{v_n}{4} + 3}$. " 0

Initialisation :

$v_{0+1} = \frac{v_0}{4} + 3$

$= \frac{2}{4} + 3$

$\boxed{= \frac{7}{2}}$ ≠

1280

Lundi 12 Septembre 2022.

[redacted]
TE

$\frac{49}{71}$

Exercice 1 -

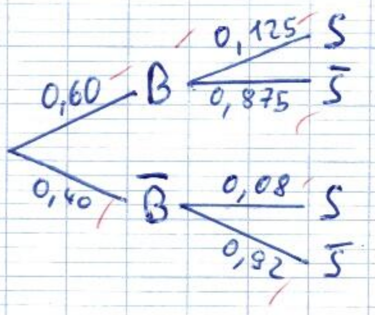
Partie A -

1) Soit $\mathbb{P}_B(S)$ la probabilité que l'enfant soit en surpoid sachant qu'il boit 1 boisson sucrée ou plus par jour,

~~On~~, $\mathbb{P}_B(S) = \frac{1}{8}$

$\Leftrightarrow \mathbb{P}_B(S) = 0,125$

2)



$\mathbb{P}(\overline{B}) = 1 - 0,6 = 0,4$

$\mathbb{P}_B(\overline{S}) = 1 - 0,125 = 0,875$

$\mathbb{P}_{\overline{B}}(\overline{S}) = 1 - 0,08 = 0,92$

3) Soit $\mathbb{P}(B \cap S)$ probabilité que l'enfant soit en surpoid et qu'il boive 1 boisson sucré ou plus par jour : Calculons $\mathbb{P}(B \cap S)$

$\mathbb{P}(B \cap S) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S)$

$= 0,6 \times 0,125$

$\mathbb{P}(B \cap S) = 0,075$

4) Soit $\mathbb{P}(S)$, la probabilité que l'enfant soit en surpoid : Calculons $\mathbb{P}(S)$

$$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B \cap S) + \mathbb{P}(\bar{B} \cap S)$$
$$= 0,075 + 0,4 \times 0,08$$
$$\mathbb{P}(S) = 0,107$$

5) Soit $\mathbb{P}_S(B)$, la probabilité que l'enfant boive 1 boisson sucrée ou plus par jour sachant qu'il soit en surpoid : Calculons $\mathbb{P}_S(B)$

$$\mathbb{P}_S(B) = \frac{\mathbb{P}(B \cap S)}{\mathbb{P}(S)}$$ D'après la définition des probabilités conditionnelles.

$$= \frac{0,075}{0,107}$$

$$\mathbb{P}_S(B) \cancel{=} 0,701$$

Partie B -

1) a) Démontrons que ~~la sit~~ X suit une loi binomiale :

Justifions qu'il s'agit d'un~~x~~ schéma de Bernoulli :

- Épreuve de Bernoulli :
  - On interroge ~~1 des~~ enfants en surpoids et on regarde s'ils boivent une boisson sucrée ou plus par jour est une épreuve de Bernoulli.
  - Succès : " l'enfant consomme plus d'une boisson sucrée par jour "
  - $p = 0,7$
- Or, cette situation se répète 35 fois

1280

[redacted] à l'identique et de manière indépendante, donc c'est un schéma de Bernoulli.
~~Soit So~~ X le compte du nombre de succès ?

Ainsi, $X \sim \mathcal{B}(35 ; 0,7)$

b) Soit $\mathbb{P}(X)$ la probabilité du nombre de succès X.

Calculons $\mathbb{P}(X=3)$:

$\mathbb{P}(X) = \binom{n}{k} p^k \times (1-p)^{n-k}$

$\mathbb{P}(X=3) = \binom{35}{3} 0,7^3 \times (0,3)^{32}$

$= \frac{35!}{3!(32)!} \times 0,7^3 \times 0,3^{32}$

$\mathbb{P}(X=3) \approx 4,16 \times 10^{-14}$

c) ~~Soit~~ $\mathbb{P}(X \geq 10)$ la probabilité qu'au moins 10 enfants consomment des boissons sucrées :

Calculons $\mathbb{P}(X \geq 10)$:

$\mathbb{P}(X \geq 10) = 1 - \mathbb{P}(\overline{X \geq 10})$

$= 1 - \mathbb{P}(X \leq 9)$

~~$= 1$~~

$\mathbb{P}(X \geq 10) = 0,999...$ Avec calculatrice.

d) Soit $\mathbb{E}(X)$, la ~~probabilité~~ moyenne ~~que~~ des enfants qui boivent des boissons sucrées.

Calculons $\mathbb{E}(X)$:

$\mathbb{E}(X) = n \times p$

$= 35 \times 0,7$

$\mathbb{E}(X) \approx 25$ (~~arrondi à l'unité~~) non.

3/5

On peut alors s'attendre à ce que 25 enfants boivent des boissons sucrées.

2) a) Soit Y le montant des dépenses de la mairie pour l'école par an par enfant

$Y = 400X$

b) On doit s'attendre à ce que 25 enfants prennent l'offre de la mairie, alors calculons Y pour $X = 25$:

$Y = 400 \times 25$

$Y = 10000$.

La mairie doit prévoire 10000 € pour cette école par an.

Exercice 2 -

1) Notons $P(n)_{n \in \mathbb{N}}$ " $u_n = 3 \times 2^n - 1$ " :

Démontrons $P(n)$:

- Vérifions $P(0)$:

$u_0 \overset{?}{=} 3 \times 1 - 1$

$= 2$

$P(0)$ vérifiée.

~~- Vérifions $P(n+1)$~~:

- Soit $n \in \mathbb{N}$,

Supposons $P(n)$ vraie, Démontrons $P(n+1)$:

$u_{n+1} = 2u_n + 1$ d'après énoncé.

$= 2(3 \times 2^n - 1) + 1$

$= 3 \times 2^{n+1} - 2 + 1$

$u_{n+1} = 3 \times 2^{n+1} - 1$ Changez de page.

4/5

[redacted]

1280

~~Or, d'après l'hypothèse de récurrence~~, $\mathcal{P}(n+1)$ vérifiée.

On a donc prouvé que :
$\mathcal{P}(n)$: " $u_n = 3 \times 2^n - 1$ " est vraie ∅

2) Notons $G(n)_{n \in \mathbb{N}}$: " $v_{n+1} = \frac{v_n}{4} + 3 < 4$ "

Démontrons $G(n)$:

- Vérifions $G(0)$:

$v_1 = \frac{2}{4} + 3$

$= \frac{1}{2} + 3$

$v_1 = 3{,}5$ or, $3{,}5 < 4$

$G(0)$ vérifiée.

- Soit $n \in \mathbb{N}$

Supposons $G(n)$ vraie, Démontrons $G(n+1)$:

. . .

①

1290

Evaluation de Math - Proba

$\frac{41}{71}$

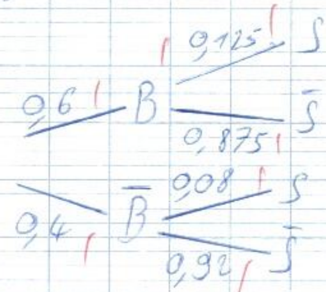
[redacted]

T_A.

Partie A :

1) On a $\mathbb{P}_B(S)$ qui est la probabilité qu'un enfant soit en surpoids sachant qu'il boit 1 boisson sucrée ou plus par jour qui vaut d'après l'énoncé $\frac{1}{8}$ donc $\mathbb{P}_B(S) = \underline{0,125}$

2)



3) On a $\mathbb{P}(B \cap S) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S)$
d'où : $\mathbb{P}(B \cap S) = 0,6 \times 0,125 = \underline{0,075}$

4) On ~~cherche~~ calcule $\mathbb{P}(S)$:

$$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B \cap S) + \mathbb{P}(\bar{B} \cap S)$$
$$= \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S) + \mathbb{P}(\bar{B}) \times \mathbb{P}_{\bar{B}}(S)$$
$$= 0,6 \times 0,125 + 0,4 \times 0,08 \cancel{=} \underline{0,107}$$

ok

5) La probabilité qu'un enfant soit en surpoids sachant qu'il boit une boisson sucrée ou plus par jour est notée :

②

$\mathbb{P}_S(B) = \frac{\mathbb{P}(B \cap S)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{0{,}6 \times 0{,}125}{0{,}107} = \underline{0{,}701}$

Partie B :

1a) Il y a ici un schéma de Bernoulli car il y a une expérience qui mène à un succès S : "l'enfant en surpoids boit 1 boisson sucrée ou plus par jour"* ou un échec et cette expérience est répétée 35 fois de manière indépendante.

*de paramètre $p = 0{,}7$

On a donc $X \hookrightarrow \mathcal{B}(35 ; 0{,}7)$

b) On a

$\mathbb{P}(X = 3) = \binom{35}{3} \times 0{,}7^3 \times (1 - 0{,}7)^{35-3}$

$= \frac{35!}{3!(35-3)!} \times 0{,}7^3 \times (1 - 0{,}7)^{32}$

$= \underline{4{,}15 \times 10^{-14}}$

c) On note $\mathbb{P}(X \geq 10)$ la probabilité que au moins 10 enfants en surpoids boivent des boissons sucrées :

$\mathbb{P}(X \geq 10) = 1 - \mathbb{P}(X < 10)$

$= 1 - \mathbb{P}(X \leq 9)$

D'après la calculatrice :

$\mathbb{P}(X \geq 10) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 9)$

$\simeq \underline{0{,}999}$

d) Calculons $\mathbb{E}(X)$:

$\mathbb{E}(X) = np$

$\mathbb{E}(X) = 35 \times 0{,}7 = \underline{25}$

On peut s'attendre à trouver 25 enfants consommateurs de boissons sucrées parmis les 35.

(3)

[redacted]

T_A

1290

2a) Y représente donc ~~une dépense de 400€~~ plus une dépense de 400 € par enfants parrains donc :

$Y = \cancel{400+}\ 400X$ ✓ où X représente le nombre d'enfants.

b) On cherche $\mathbb{E}(Y)$

$\mathbb{E}(Y) = \cancel{400+}\ 400 \times \mathbb{E}(X)$

$= \cancel{400+}\ 400 \times \cancel{25}$

$= 10\,\cancel{0}00$ €

La mairie devra prévoir 10000 € pour le groupe de 35 enfants, tous les ans.

Exercice 2 :

1) ~~Soit la suite~~ $u_n = 3 \times 2^n - 1$ avec pour premier terme $u_0 = 2$ on cherche à savoir si $u_{n+1} = \cancel{2u_n} + 1$

On essaye à P(0) :

$u_0 \overset{?}{=} 3 \times 2^0 - 1$

$= 3 - 1 = 2$

P(0) est vrai

Supposons que u_n ~~soit~~ vrai pour ~~tout~~ $n \in \mathbb{N}$:

Démontrons par ~~récurrence~~ que ~~u_{n+1}~~ est vrai :

$u_{n+1} = 2u_n + 1$

$u_{n+1} = 3 \times 2^{n+1} - 1$

$2u_n + 1 \cancel{=} 2 \times (3 \times 2^n - 1) + 1$

$= 3 \times 2^{n+1} - 2 + 1$

$= 3 \times 2^{n+1} - 1$

Si $2u_n + 1 = 3 \times 2^{n+1} - 1$ alors P(n+1) est vrai.

④

2) On a $v_{n+1} = \frac{v_n}{4} + 3$ avec $v_0 = 2$

On cherche à savoir si 4 est un ~~diviseur~~ de v_{n+1} pour tout $n \in \mathbb{N}$:

[redacted]

TE

13 60

~~m~~ Intérogation de Math

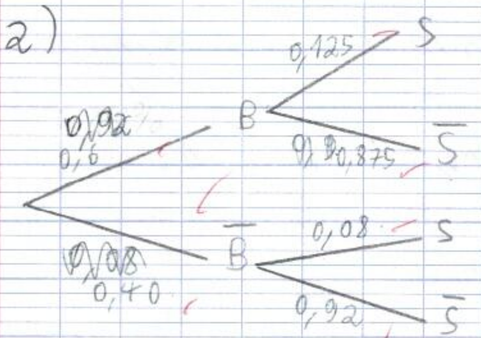
49/77

Ex 1) A)

1) D'après l'énoncer

$P_B(S) = \frac{1}{8} = 0,125$

2)



3) Calculons $P(B \cap S)$

D'après la ~~probabilités~~ formule des probabilités composées :

$P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S)$

$= 0,6 \times 0,125$

$= 0,075$

4) Calulons $P(S)$

D'après la formule des probabilités totales

$P(S) = P(B \cap S) + P(\overline{B} \cap S)$

D'après la formule des probabilités composées

$P(S) = \cancel{0,6} + P(B) \times P_B(S) + P(\overline{B}) \times P_{\overline{B}}(S)$

$P\cancel{B}(S) = \cancel{0,6 \times} 0,075 + 0,4 \times 0,08$

$= 0,107$

5) Calculons $P_S(B)$

D'après la définition des probabilités conditionnelles

$P_S(B) = \frac{P(B \cap S)}{P(S)}$

$= \frac{0,075}{0,107}$

$\simeq 0,7009$

B)

1)a) Démontrons que il s'agisse d'un shéma de Bernoulli

* Epreuve de ~~p~~ Bernoulli :

"interroger un enfant" est une épreuve de Bernoulli ~~avec~~ de paramètre $p = 0,7$ et le succès

* ~~Schéma de B~~ * Schéma de Bernoulli est ~~obtenu~~ "l'enfant a consomme 1 boisson sucrée ou plus par jour"

* Schéma de Bernoulli

L'Epreuve est répèté $n = 35$ fois à l'identique et de façon indépendante.

* X compte le nombre de succès donc :

$X \hookrightarrow \mathcal{B}(35; 0,7)$

b) Calculons $P(X = 3)$

$P(X = k) = \binom{n}{k} \times p^{k} \times (1-p)^{n-k}$

$P(X = 3) = \binom{35}{3} \times 0,7^3 \times 0,3^{32}$

$\approx 4,16 \times 10^{-14}$

2/4

13 60

[redacted]

TE

c) Calculons $P(X \geq 10)$

~~D'après la calc~~

$P(X \geq 10) = 1 - P(\overline{X \geq 10})$

$= 1 - P(\cancel{X \leq 10})$ ok!!!

$= 1 - P(X \leq 9)$

$\simeq 0{,}9999$

d) Calculons $\mathbb{E}(X)$

$\mathbb{E}(X) = np$

$= 35 \times 0{,}7$

$\simeq \cancel{25}$

On peut s'attendre à trouver 25 ~~sur~~ 35 élèves qui sont consommateurs de boissons

2)a)

$Y = -400 \times X$

b) Calculons $\mathbb{E}(Y)$

$\mathbb{E}(Y) = \mathbb{E}(-400 \times X)$

$= \cancel{\mathbb{E}(-400) \times \mathbb{E}(X)}$

$= -400 \times 25$

$= -10\cancel{0}000$

La mairie doit prévoir ~~une~~ des dépenses de 100 000€ par an pour ~~en~~ un tel groupe

Ex 2) Démontrons par récurrence $P(n)$

$P(n)$: ~~$u_{n+1} = 2u_n + 1$~~ $u_n = 3 \times 2^n - 1$

* initialisation :

$P(0)$: ~~$u_1 = 2u_0 + 1$~~ $3 \times 2^0 - 1 = 2 = u_0$

~~$u_1 \neq$~~ Donc $P(0)$ est vrai

* hérédité :

Supposons que $P(n)$ est vrai, démontrons que

QUA
3/4

$\mathcal{P}(n+1)$ est vraie

$u_n = 3x$

1370

Entrainement de terminale

12/09/22

28/77

[redacted]

TA

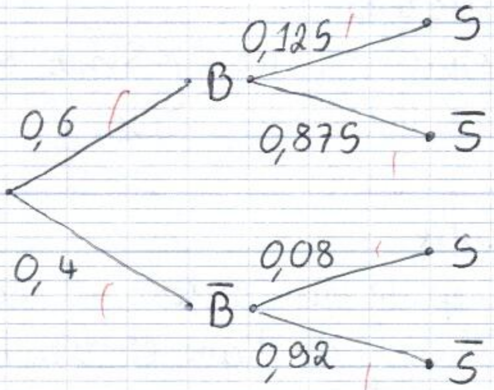
Exercice 1 :

partie A

1) $P_B(S) = 0,125$

car comme dit dans l'ennoncé $P_B(S) = \frac{1}{8} = 0,125$

2)



3) $P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S) \cancel{\times P_B(S)}$
$= 0,075$

4) $P(S) = P_B(S) \times P_{\overline{B}}(S)$
$= 0,125 \times 0,08$
$= 0,01$

Donc la probabilité qu'il soit en surpoid est de 1%.

5) $P(\cancel{S}\cap B) = P(S) \times P(B)$: En général fausse.

$= 0{,}01 \times 0{,}6$

$= 0{,}006$

partie B

1) $X \simeq 24{,}5$?

Dans le cadre de cette ~~est~~ étude, ~~environ~~ 24,5 des 35 élèves consomment des boissons sucrées

a- Justifions que X suit une loi binomiale

* épreuve de bernoulie
  * on interroge un enfant en surpoids et on regarde si il consomme des boissons sucrées
  * succès : "il consomme des boissons sucrées"
  * $p = 0{,}7$

* schéma de bernoulie
  * ~~Ce schéma~~ se répète $n = 35$ fois de façon indépendante et à l'identique et ayant comme paramètre $n = 35$ et $p = 0{,}7$
  * X compte le nombre d'enfant en surpoids consommant des boissons sucrées (le succès), ~~$X \hookrightarrow$~~
    $X \hookrightarrow \mathcal{B}(35 ; 0{,}7)$ 1

b- $\{X = 3\}$ Calculons $P(X=3)$ 1

d'après la calculatrice

$P(X=3) \simeq 4{,}15990988 \times 10^{-14}$ 1

2/4

1370

c- $\{X \geq 10\}$ $P(X \geq \cancel{10) = P(X \geq} 10)$
$= P(X < 10)$
$= P(X < 9)$

Calculons $P(X \geq 10)$
d'après la ~~calculons~~ calculatrice
$P(X \geq 10) = \cancel{8{,}418088285 \times 10^{-8}}$

[redacted]

TA

~~d~~- On peut s'attendre à avoir 24 enfants consommateurs de boissons

suite p 4/4 →

Exercice 2 :

1) Démontrons par récurrence $u_n = 3 \times 2^n - 1$ ~~définie~~ pour tout $n \in \mathbb{N}$

☆ Initialisation

$\cancel{P(0)} = 3 \times 2^0 - 1$
$= 2$

Donc u_0 est vraie

☆ Hérédité

Supposons que $P(n)$ est vraie et démontrons $P(n+1)$

$\cancel{P(n+1)} = 2u_n + 1$
$= 2(3 \times 2^n - 1) + 1$

Donc $P(n)$ est vérifié

2) Démontrons que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majoré ~~en~~ par 4

* Initialisation

$P(0)=2$ ...?

* Hérédité

$v_{n+1} = \frac{v_n}{4}$ + ...

donc v_n est bien majoré par 4

Suite excercice 1. 2) Y donne le montant des dépenses de la mairie

a- par rapport à X le nombre d'enfant qui consomment des boissons sucrées

$Y = 400 \times X$

b- $Y = 400 \times \cancel{24}\, 2$

$\approx \cancel{16,67}\ 9600$

La mairie doit prévoir 9600€ pour ce groupe de 35 enfants

4/4

1440

Evaluation de Math

[redacted]

$\frac{44}{71}$

Exercice 1

Partie A

1 Justifier que $P_B(S) = 0,125$

Avec l'aide de l'énoncé on sait que:

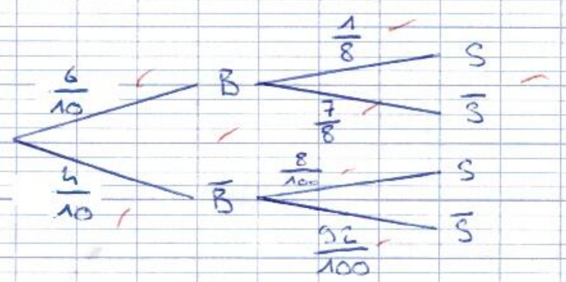
$P(B) = 0,6$

$\cancel{P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S) = \frac{1}{8}}$

$P_B(S) = \frac{1}{8} = 0,125$

Donc $P_B(S) = 0,125$

2



3 Calculer $P(B \cap S)$

$$P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S)$$
$$= 0,6 \times \frac{1}{8}$$
$$= 0,075 = \frac{3}{40}$$

4 Calculons $P(S)$

D'après la formule des probabilités ~~composées~~ : 0

$P(S) = P(B) \times P_B(S) + P(\overline{B}) \times P_{\overline{B}}(S)$

$= 0,6 \times \frac{1}{8} + 0,4 \times 0,08$

$= \frac{107}{1000} = 0,107$

$P(S) = 0,107$

5 On cherche $P_S(B)$

$P_S(B) = \frac{P(S \cap B)}{P(S)}$

$= \frac{0,075}{0,107} = \frac{75}{107} \approx 0,701$

$P_S(B) \approx 0,701$

Partie B

1a Justifions que X suit une loi binomiale

* Epreuve de Bernoulli

- interroger un enfant en surpoids et noter s'il consomme des boissons sucrées est une épreuve de Bernoulli
- Succès : "l'enfant consomme des boissons sucrées"
- $p = 0,7$

* Schéma de Bernoulli

L'épreuve de Bernoulli est répétée $n = 35$ fois de façon identique et indépendante.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli de paramètres $n = 35$ et $p = 0,7$

1440

[redacted]

TE

Partie B

1a * X indique le nombre d'enfants, parmi les 35 interrogés, qui consomment des boissons sucrées (le nombre de succès) donc :

$\boxed{X \hookrightarrow B(35 ; 0,7)}$

À la règle.

b Calculons $P(X = 3)$

$P(X=3) = \binom{35}{3} \times 0,7^3 \times (1-0,7)^{35-3}$

$= \frac{35!}{3!\,(35-3)!} \times 0,7^3 \times 0,3^{32}$

$\approx \boxed{4,16 \times 10^{-14}}$

c Calculons $P(X \geq 10)$

$P(X \geq 10) = 1 - P(X < 9)$

$= 1 - P(X \leq 8)$

D'après la calculatrice, $P(X \leq 8) \approx 1,176.10$

Donc $P(X \geq 10) = 1 - 1,176.10^{-8}$

$\approx \boxed{0,9999}$

d On s'attend à trouver ~~plus de~~ 10 enfants ou pl consommateurs de boissons dans ce groupe de 35 car la probabilité que cela arrive est de 0,9999.

2 a $Y = 400X$

b $E(X) = np$

$= 35 \times 0,7 = 24,5$

$P(Y = 25) = 400 \times 25?$

$= 10\,000$

$\boxed{\text{La mairie doit prévoir environ } 10\,000}$

Exercice 2

1 Démontrons par récurrence que, pour tout entier naturel $\mathbb{N}$, $U_n = 3\times 2^n - 1$.

~~* Initialisation:~~

~~$U_0 = 3\times 2^0 - 1 = 2 = U_0$~~

Notons $P(n)$ la proposition "$U_n = 3\times 2^n - 1$" à démontrer

* $U_0 = 3\times 2^0 - 1 = 2 = U_0$

$P(0)$ est vraie

* Soit $n \in \mathbb{N}$

Supposons $P(n)$ vraie et démontrons que $P(n+1)$ est aussi vraie.

$U_n = 3\times 2^n - 1$ (H.R) Pas d'abréviation.

$U_{n+1} = 3\times 2^{n+1} - 1$ (à démontrer)

$U_{n+1} = 2\times [3\times 2^n - 1] + 1$

$= 2\times [\cancel{6}^n - 1] + 1$

$= \cancel{12}^n - 2 + 1$

$= 12^n - 1$

$= 3\times \cancel{2^n}\times 2 - 1$

$= 3\times 2^{n+1} - 1$

$\boxed{\text{On a donc démontrer par récurrence que, pour tout } n \in \mathbb{N},\ U_n = 3\times 2^n - 1}$

2 Notons P la proposition "$(V_n)_{n\in\mathbb{N}} \leq 4$" à démontrer

* $V_0 = 2 \leq 4$

$P(0)$ est vraie

* Soit $n \in \mathbb{N}$

Supposons $P(n)$ vraie et démontrons que $P(n+1)$ est aussi vraie.

1440

[redacted]

TE

$V_n \leqslant 4$ (H.R)

$V_{n+1} \leqslant 4$ (à démontrer)

$V_{n+1} = \frac{V_n}{4} + 3 \leqslant 4$

$V_{n+1} \times 4 = V_n + 3 \leqslant 4$ car $4 > 0$

$V_{n+1} \times 4 - V_n = 3 \leqslant 4$

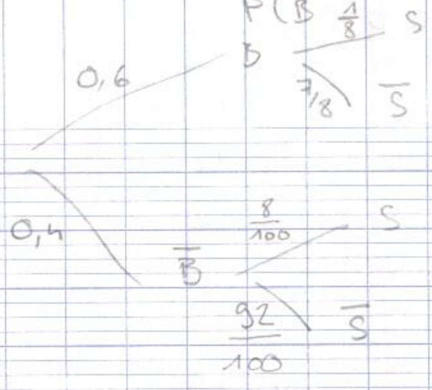
$V_{n+1} - V_n = \frac{3}{4} \leqslant 4$

$\frac{3}{4} \leqslant 4$ donc $P(n+1)$ est vraie

On a donc démontrer par récurrence ~~P(Vn) vraie~~
$V_n \leqslant 4$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

5/5

$P_B(S) = \frac{P(B \cap S)}{P(B}$ $\qquad$ $P(B \cap S) =$



[redacted]

Tle E

Lundi 11 septembre 2022

Eval de Maths

1510

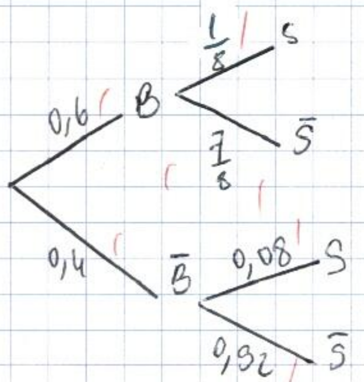
$\frac{55}{71}$

Ex 1

Partie A

1) $P_B(S)$ signifie la probabilité que l'enfant est en surpoids sachant que l'enfant boit une boisson sucrée ou plus par jour.
D'après l'énoncé, parmi les enfants buvant 1 boisson sucrée au plus par jour, un enfant sur 8 est en surpoids.
d'où $\boxed{P_B(S) = \frac{1}{8} = 0{,}125.}$

2)



3) D'après la ~~loi~~ des probabilités composées :

$$p(B \cap S) = P_B(S) \times P(B)$$
$$= 0{,}125 \times 0{,}6$$
$$= \boxed{0{,}075}$$

4) D'après la ~~loi~~ des probabilités totales :

$$P(S) = P(B \cap S) + P(\bar{B} \cap S)$$
$$= 0{,}075 + P_{\bar{B}}(S) \times P(\bar{B})$$
$$= 0{,}075 + 0{,}08 \times 0{,}4$$
$$= \boxed{0{,}107}$$

5) [En traduisant l'énoncé] on cherche $P_S(B)$

On a $P_S(B) = \frac{P(S \cap B)}{P(S)}$

d'où $P_S(B) = \frac{0{,}075}{0{,}107} \approx \boxed{0{,}701}$

PARTIE B

1) a) Justifions qu'il s'agit d'un schéma de Bernoulli

- Vérifions si l'enfant consomme des boissons sucrées est une épreuve de Bernoulli.
- Succès : " l'enfant consomme une boisson sucrée "
- $p = 0{,}7$

L'expérience est répétée $n = 35$ fois de façon indépendantes et à l'identique.

L'expérience est un schéma de Bernoulli de paramètres $n = 35$ et $p = 0{,}7$

~~Et où~~ or X indique le nombre d'enfants parmi les 35 interrogés donc X compte le nombre de succès de l'expérience.

d'où $\boxed{X \hookrightarrow B(35 ; 0{,}7)}$

b) X suit une loi binomiale

d'où $P(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$

donc $P(X = 3) = \binom{35}{3} \times 0{,}7^3 \times (1-0{,}7)^{35-3}$

$= \dfrac{35!}{3!(35-3)!} \times 0{,}7^3 \times 0{,}3^{32}$

$\approx \boxed{4{,}16 \times 10^{-14}}$

c) X suit une loi binomiale

$P(X \geq 10) = 1 - P(X \geq 10)$

$= 1 - P(X \leq 9)$

$\approx \boxed{0{,}999}$

d) Dans un groupe ~~de 35~~, d'après la calculatrice, on peut s'attendre au maximum ~~à~~ $\boxed{\cancel{k} = 11}$

2) a) $Y = -400 \times X$

b) $Y = 400 \times \cancel{35} = 14\,000$ €

La mairie ~~doit prévoir~~ un montant de 14 000 € pour un groupe de 35 enfants.

[redacted]

TE

ex 2 1) Soit P_n : " $u_n = 3 \times 2^n - 1$ " 15 10

Demontrons par recurrence que $P(n)$ est vraie.

* $\cancel{P(0)} = 3 \times 2^0 - 1 = 2$ donc $P(0)$ est vraie

Soit $n \in \mathbb{N}$

Supposons que $P(n)$ est vraie et demontrons que $P(n+1)$ l'est aussi :

On sait que $u_{n+1} = 2u_n + 1$

et nous voulons demontrer que $u_n = 3 \times 2^n - 1$

d'où

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= 2u_n + 1 \\ &= 2 \times (3 \times 2^n - 1) + 1 \\ &= 6 \times 2^n - 2 \times 1 + 1 \\ &= 2 \times 3 \times 2^n - 1 \\ &= 3 \times 2^{n+1} - 1 \end{aligned}$$

~~D'après l'hypothèse de recurrence $P(n+1)$ est vraie.~~

Donc $\boxed{\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = 3 \times 2^n - 1}$

2) Soit P_n : " $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est majorée par 4 "

Demontrons par recurrence que $P(n)$ est vraie

* $\cancel{P(0)} = u_0 \leq 4$ donc $P(0)$ est vraie

Soit $n \in \mathbb{N}$

Supposons que $P(n)$ est vraie et demontrons que $P(n+1)$ l'est aussi :

On sait que $u_{n+1} = \dfrac{v_n}{4} + 3$

et nous voulons demontrer que $u_n \leq 4$

d'où

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= \frac{n}{4} + 3 \leq 4 \\ &= \frac{n+1}{4} + 3 \leq 4 + 1 \\ &= \frac{n+1}{4} + 3 \leq 5 \\ &= \frac{n+1}{4} \leq 2 \\ &= 4\left(\frac{n+1}{4}\right) \leq 4 \times 4 \\ &= n+1 \leq 16 \end{aligned}$$

d'où $4 < 16$

On a $u_{n+1} \leq 4 < 16$

D'après l'hypothèse de récurrence $P(n+1)$ est vraie

Donc $\boxed{\forall n \in \mathbb{N}, (u_n)_{n\in\mathbb{N}} \text{ est majorée par } 4}$

Ex3 Etudions les variations de $h(x)$:

Etant donné que $x^2 > 0$ et qu'un denominateur doit etre non nulle, on etudiera le signe du numerateur

soit xe^{x^2} est de la forme $u \times v$

avec $u(x) = x$ et $v(x) = e^{x^2}$

$u'(x) = 1$ $v'(x) = e^{2x}$

donc $h'(x) = u'v + uv'$

$= e^{x^2} + xe^{2x}$

Etant donné que $e^{x^2} > 0$ et $xe^{2x} > 0$ donc la fonction h est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

1550

Évaluation : Mathématiques

[redacted]

$\frac{55}{71}$

Exercice 1

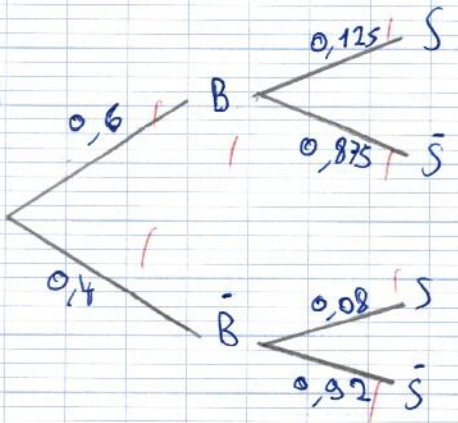
Partie A

1) Notons $P_B(S)$: " L'enfant fait partie de ceux buvant 1 boisson sucrée ou plus par jour et il est en surpoids".

On sait que 1 enfant sur 8 est dans cette situation. Ainsi :

$P_B(S) = \frac{1}{8} = 0,125$

2)



3) Calculons $P(B \cap S)$.

$P(B) > 0$, donc d'après la formule des probabilités composées :

$P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S)$

$= 0,6 \times 0,125$

$P(B \cap S) = 0,075$

4) Notons S : "L'enfant est en surpoids"

Calculons $P(S)$

$\{B ; \bar{B}\}$ forme un système complet d'événements. Ainsi, d'après la formule des probabilités totales :

$P(S) = P(B \cap S) + P(\bar{B} \cap S)$

Or, $P(B) > 0$ et $P(\bar{B}) > 0$, donc d'après la formule des probabilités composées :

$P(S) = P(B) \times P_B(S) + P(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(S)$

$P(S) = 0,6 \times 0,125 + 0,4 \times 0,08$
$P(S) = 0,107$

Il y a une probabilité de 0,107 que l'enfant sois en surpoids.

5) Calculons $P_S(B)$

$$P_S(B) = \frac{P(S \cap B)}{P(S)}$$

Or, d'après les questions précédentes :
$P(S \cap B) = 0,075$
$P(S) = 0,107$

donc :
$$P_S(B) = \frac{0,075}{0,107}$$

$P_S(B) \simeq 0,700934 \simeq \underline{0,701}$

Partie B

1a) * " Épreuve de Bernoulli "

" Vérifier si oui ou non un enfant en surpoids consomme des boissons sucrées " est une épreuve de Bernoulli.

Succès : " l'enfant consomme des boissons sucrées ".

$p = 0,7$

* " Shéma de Bernoulli "

L'épreuve est répétée $n = 35$ fois de façon identique et indépendante. Il s'agit donc d'un schéma de Bernoulli, de paramètres $p = 0,7$ et $n = 35$.

* La variable aléatoire X compte le nombre d'enfant consommateurs de boissons sucrées c'est à dire de succès. X suit donc bien une loi binomiale, de paramètres $n = 35$ et $p =$

$X \hookrightarrow \mathcal{B}(35 ; 0,7)$ Pas dans la marge.

1550

[redacted]

Exercice 1 Partie B

1) b) Calculons $P(X=3)$

$P(X=k) = \binom{n}{k} \times p^{k} \times (1-p)^{n-k}$

$P(X=3) = \binom{35}{3} \times 0,7^{3} \times (1-0,7)^{32}$

$P(X=3) = \frac{35!}{3!(35-3)!} \times 0,7^{3} \times 0,3^{32}$

$P(X=3) = 4,1599 \cdot 10^{-14}$

c) Calculons $P(X \geq 10)$

$P(X \geq 10) = \overline{P(X \geq 10)}$!

$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$

$P(X \geq 10) = 0,99999$

d) $P(X = k)$ est maximale pour $k = 25$.
Ainsi, l'on peut s'attendre à avoir 25 enfants consommateurs de boissons sucrées parmi les 35.

2 a) $Y = 400X$

b) A peu près 10800 €, car Y est optimale aux calculs sur $[21;27]$
Ainsi le prix optimal serait de 400×27

$400 \times 27 = 10800$

Exercice 2

1) Notons $P(n)$: " $u_n = 3 \times 2^n - 1$ "

Démontrons par récurrence $P(n)$

* $u_0 = 3 \times 2^0 - 1$

$u_0 = 2$

$P(0)$ est vraie

* Soit $n \in \mathbb{N}$

* Supposons que $P(n)$ est vraie. Démontrons $P(n+1)$

$P(n+1)$: $u_{n+1} = 2u_{n+1}$

Or, d'après l'hypothèse de récurrence :

$u_n = 3 \times 2^n - 1$

donc :

$P(n+1)$; $u_{n+1} = 2(3 \times 2^n - 1) + 1$

$u_{n+1} = 6 \times 2^{n+1} - 2 + 1$

$= 2 \times 3 \times 2^n - 1$

$P(n+1)$: $u_{n+1} = 3 \times 2^{n+1} - 1$

$P(n)$; $u_n = 3 \times 2^n - 1$?

Ainsi, $P(n+1)$ est vraie

* L'on a démontré par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3 \times 2^n - 1$

2) Notons $P(n)$: " $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est majorée par 4 "

Démontrons par récurrence $P(n)$

* $v_0 = 2 < 4$, donc v_0 est vraie

* Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons que $P(n)$ est vraie

Démontrons $P(n+1)$

$v_{n+1} = \frac{v_n}{4} + 3$

Or, d'après l'hypothèse de récurrence, $v_n \leq 4$, donc :

$v_{n+1} - 3 \leq 4 \iff \frac{v_n}{4} \leq 4$, car l'on soustrait par un terme positif et l'on ne divise ou multiplie pas par un terme négatif

$v_{n+1} \cancel{\leq 1} \leq 4 \iff v_n \cancel{\leq 4} \leq 16$

$P(n+1)$ est vraie. L'on a démontré par récurrence que (v_n) est majorée par, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

16 60

Contrôle de Mathématiques :

[redacted]
Te

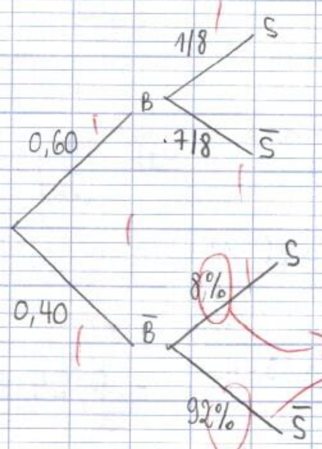
25/71

exercice 1 :

1) Démontrons que $P_B(S) = 0,125$.

formule : $P_B(S) = \cancel{\frac{P(B) \times P(S)}{P(B)}} = \frac{0,60 \times \frac{1}{8}}{0,60} = \underline{\underline{0,125}}$.

2)



Évitez

3) Calculons $P(B \cap S)$

$P(B \cap S) = \cancel{P(B) \times P(S)}$ Seulement si indépendance.

$= 0,60 \times \frac{1}{8} = \underline{\underline{0,075}}$.

4) Calculons $P(B \cap S) \cancel{\cup} P(\bar{B} \cap S)$

$= \cancel{P(B) \times P(S) + P(\bar{B}) \times P(S)}$

$= 0,60 \times \frac{1}{8} + 0,40 \times \frac{8}{100} = \underline{\underline{0,107}}$.

5) Calculons la probabilité que l'enfant en surpoid boive une boisson sucr[ée] ou plus par jour.

$P(B \cap S) \cancel{\cup} P(\bar{B} \cap S) \times P(B) = 0,107 \times 0,60 = \underline{0,064}$.

justifions qu'il s'agit d'un schéma de Bernoulli.

"épreuve de Bernouilli".

* interroger un enfant et vérifier si celui-ci consomme des boissons sucrées

* Succès " consomme des boissons sucrées".

$p = 0,7.$

"schéma de Bernoulli".

L'épreuve est répété $n = 35$ de façon iddentique et indépendante. L'exp-érience est un schéma de Bernoulli de paramètre $p = 0,7$ et $n = 35$

$X \hookrightarrow \mathcal{B}(35; 0,7).$

c) Calculons $P(X \geqslant 10)$

formule :

$$\binom{n}{k} \times p^{k} \times (1-p)^{n-k} \quad \text{et} \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

donc $\binom{35}{10} \times 0,7^{10} \times (1-0,7)^{35-10}$

$$= \frac{35!}{10!\,(35-10)!} \times 0,7^{10} \times (1-0,7)^{35-10} \quad = \underline{5,24 \times 10^{-7}}.$$

b) Calculons $P(\cancel{X > 3})$

$P(X > 3) = 1 - P(\overline{X > 3})$

$= 1 - 4,33 \times 10^{-14}$

$P(X > 3) = \underline{1}.$

d) il est supposé y avoir au moins 10 enfants qui consommeraient des boissons sucrées.

2)a) $Y = \quad - 400 \times X$

b) $Y = -400 \times 15$

$Y = \underline{-4000}$ donc le montant s'élève à -4000€ au moins.

1660

[redacted]

TE

exercice 2 :

1) Démontrons par récurrence que $P(n)$? est vrai pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Soit ~~$n \in$~~ $\mathbb{N}$, vérifions pour $P(0)$

$$\cancel{P(0)} = 3 \times 2^0 - 1 \qquad \text{alors } P(0) \text{ est vraie.}$$
$$= 2$$

Supposons que $P(0)$ est vrai pour ~~tout $n \in$~~ $\mathbb{N}$ et qu'il ~~existe~~ un entier n tel que la suite ~~est~~ vraie pour $P(n+1)$.

Soit $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} = 2 \times \left[3 \times 2^n - 1 \right] + 1$$

$$= 2 \times 3 \times 2^n \cancel{-1} + 1$$
$$= 2 \left(\cancel{3 \times 2}^{n+1} \right)$$

la suite est ~~donc~~ vrai et héréditaire à partir de ce rang.

[redacted]

1680

$\frac{41}{71}$

Evaluation de mathematiques

Exercice 1

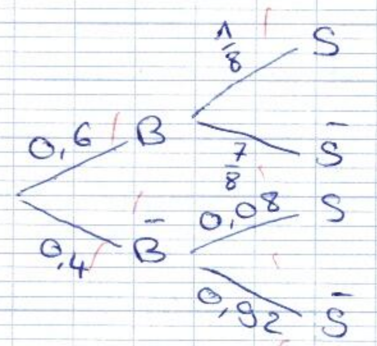
Partie I

1- D'après la formule des probabilités ~~composées~~ : ∅

$$\mathbb{P}_B(S) = \frac{\mathbb{P}(B \cap S)}{\mathbb{P}(B)}$$

$$= \frac{0,6 \times \frac{1}{8}}{0,6} = 0,125$$

2-



$$\mathbb{P}(B \cap S) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S)$$
$$= 0,6 \times \frac{1}{8}$$
$$= 0,075$$

3- $\mathbb{P}(B \cap S) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S)$

$= 0,6 \times \frac{1}{8}$

$= 0,075$

4- $\{B ; \bar{B}\}$ est un système compet d'évènements.

~~$\mathbb{P}(S) > 0$ et $\mathbb{P}(\bar{S}) > 0$~~ donc d'après la formule des probabilités totales,

$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B \cap S) + \mathbb{P}(\bar{B} \cap S)$

D'après la formule des probabilités composées

$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S) + \mathbb{P}(\bar{B}) \times \mathbb{P}_{\bar{B}}(S)$

$= 0,6 \times \frac{1}{8} + 0,4 \times 0,08$

$\mathbb{P}(S) = 0,107$

5 -

Partie B

1- a) • Interroger un enfant en surpoids et noter si il est consommateur de boissons sucrées ou pas constitue une épreuve de Bernoulli

• Succès : "L'enfant consomme des boissons sucrées

• $p = 0,7$

L'épreuve est répétée $n = 35$ fois de façon identique et indépendante

Cette expérience constitue un schéma de Bernoulli de paramètres $n = 35$ et $p = 0,7$

X compte le nombre d'enfants consommateurs de boissons sucrées, ou le nombre de succès, donc : $X \hookrightarrow B(35 ; 0,7)$

b) $P(X = 3) \approx 0,000415$, d'après la calculatrice

c) $P(X \geqslant 10) = 1 - P(X \leqslant 9)$
$\approx 0,99$

2/4

[redacted]

1680

d) D'après le tableau de valeur de la calculatric
nous pouvons ~~nous~~ attendre à trouver 25
enfants consommateurs de boissons sucrées
dans ce groupe de 35

2 -

a) $Y = 400 \times \cancel{\mathbb{E}(X)}$

b) $X \hookrightarrow \mathcal{B}(35 ; 0,7)$, donc :

$$\mathbb{E}(X) = n \times p$$
$$= 35 \times 0,7$$
$$= 24,5$$

$$Y = 400 \times 24.5$$
$$= 9\,800$$

La mairie devrait prévoir
environ 9 800 € par enfant
par an pour chaque group
de 35 enfants.

Exercice 2

1 - Notons $P(n)$: " $u_n = 3 \times 2^n - 1$ "
Demontrons par récurrence que $P(n)$ est
vraie

* $u_0 = 3 \times 2^0 - 1$
$= 3 - 1$
$= 2$, donc $P(0)$ est vraie

* Soit $n \in \mathbb{N}$
Supposons que $P(n)$ soit vraie demontrons
que $P(n+1)$ l'est aussi.

D'après l'hypothèse de récurrence :

$$u_{n+1} = 2 \times u_n + 1$$
$$= 2 \times (3 \times 2^n - 1) + 1$$
$$= 2 \times (3 \times 2^n) - 2 + 1$$
$$= 2 \times 3 \times 2^n - 1$$
$$u_{n+1} = 3 \times 2^{n+1} - 1$$
, $P(n+1)$ est vraie

* Ainsi, nous avons démontré par récurrence que $P(n)$ est vraie.

2.

9720

12/09/22

$\frac{38}{71}$

Exercice 1

[redacted]

Partie A.

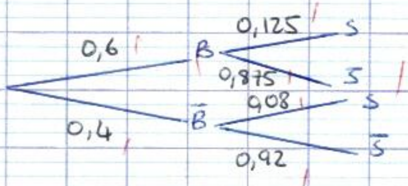
1A

1. Justifions que $\mathbb{P}_B(S) = 0{,}125$?

$\mathbb{P}_B(S) = \frac{\mathbb{P}(B \cap S)}{\mathbb{P}(B)} = \cancel{\frac{\mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S)}{\mathbb{P}(B)}} = \frac{0{,}6 \times 0{,}125}{0{,}6} = \boxed{0{,}125}$

$\mathbb{P}_B(S)$ vaut bien $0{,}125$

2.



Représentation par un arbre pondéré

3. $\mathbb{P}(B \cap S) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S)$

$= 0{,}6 \times 0{,}125$

$= \boxed{0{,}075}$

→ la probabilité que l'enfant boit 1 boisson sucrée ou plus par jour et est en surpoid est de 0,075

Encadrez des phrases

4. Calculons $\mathbb{P}(S)$

→ la probabilité que l'enfant soit en surpoid est de 0,107

$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B \cap S) + \mathbb{P}(\bar{B} \cap S)$

$= 0{,}075 + 0{,}032$?

$= \boxed{0{,}107}$

5. Calculons $\mathbb{P}_S(B)$

$\mathbb{P}_S(B) = \frac{\mathbb{P}(S \cap B)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{0{,}075}{0{,}107} = \boxed{0{,}701}$ arrondi à 10^{-3} près

→ la probabilité qu'il boive 1 boisson sucrée par jour sachant qu'il est en surpoid est de 0,701 à 10^{-3} près

Partie B

1. a) Justifions que la variable X suit une loi binomiale de paramètre n et p

Schéma de Bernoulli -

il y a 2 issues possible : " Un ~~certain nombre~~ d'enfant consomme des boissons sucrés ou non "

le succès est : " ~~Un certain nombre d'enfant~~ consomme des boissons sucrées "

Epreuve de Bernoulli -

~~les paramètres sont $n = 35$ et $p = 0,7$~~

l'épreuve est répétée de façon indépendante et à l'identique ?

X compte le nombre de succès donc

$X \hookrightarrow \mathcal{B}(35\,;\ 0,7)$

1.b) Calculons $P(X = 3)$

$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

$P(X = 3) = \binom{35}{3} 0,7^3 (1-0,7)^{35-3}$

$= \boxed{4,16}$ arrondi à 10^{-2} près

→ D'après la calculatrice, la probabilité que l'évènement arrive est de 4,16 arrondi à 10^{-2} près

1.c) Calculons $P(\cancel{X \leq} 10)$

D'après la calculatrice $P(X \leq 10) = 5,24$ arrondi à 10^{-2} près

1.d) il y a une plus forte probabilité d'avoir au moins 10 enfants sur 35 qui consomment des Boissons ~~sucrées~~ donc au plus 25 enfants

2.a) Exprimons Y en fonction de x

$\cancel{Y = 400 + X}$ Or $E(Y) = E(400) + E(X)$

$= E(400) + E(np)$

$= 400 + 35 \times 0,7$

$= \boxed{424,5}$

b) la mairie doit prévoir en moyenne ~~424,5~~ € pour un groupe de 35 enfants

Exercice 2 :

1- Notons $(\cancel{U_n+1})$ « $2U_n + 1$ avec $U_0 = 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ »

Démontrons par récurrence que (U_n) est vraie

Initialisation

$U_n = 3 \times 2^n - 1$

$U_0 = 3 \times 2^0 - 1$

$= 2$

donc $P(0)$ est vraie

1720

Hérédité :

[redacted] Supposons que $P(n)$ est vraie, démontrons que $P(n+1)$ l'est aussi

[redacted] ~~D'après l'hypothèse de la récurrence :~~

TA

$U_{n+1} = 2U_n + 1$

$U_{n+1} = 2[3 \times 2^n - 1] + 1$

$= 3 \cancel{\times} 2^n - 1$

Nous avons démontré par récurrence : $\boxed{\forall n \in \mathbb{N},\ U_n = 3 \times 2^n - 1}$

2\. ~~Notons (V_n) : " $V_{n+1} = \frac{V_n}{4} + 3$ avec $V_0 = 2$ " pour tout $n \in \mathbb{N}$~~

Démontrons par récurrence que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est majorée par 4

Initialisation :

Exercice 3 :

pour $x \in \mathbb{R} \neq (-1 ; 1)$

$h : x \mapsto \frac{x e^{x^2}}{x^2 - 1}$ sous la forme $\frac{u}{v}$

$g(x) = x e^{x^2}$ $\quad g'(x) = \cancel{e^{2x}}$

$f(x) = x^2 - 1$ $\quad f'(x) = 2x$

$h = g \circ f$

$h' = g' \circ f \times f'$

$= e^{2x}(x^2 - 1) \times 2x$?

$e^{2x} > 0 \quad x^2 - 1 > 0$ et $2x$?

x	$-\infty$ -2 $+\infty$
h'	$-$ 0 $+$
h	↘ ↗

$h : x \mapsto \frac{x e^{x^2}}{x^2 - 1}$ $< 0 \ ]-\infty ; -2[$

$> 0 \ ]-2 ; +\infty[$

[redacted]

T°A

1780

Mathématiques

22/09/12

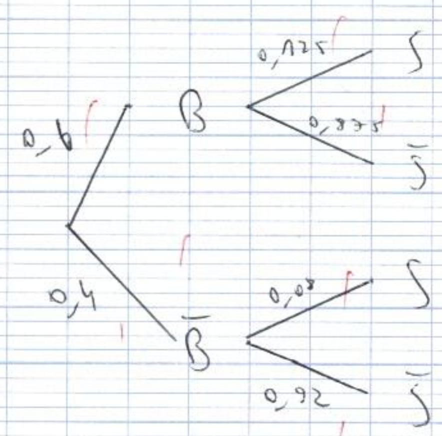
$\frac{56}{71}$

Ex 1 A.

1. D'après l'énoncé, un enfant sur huit buvant une boisson sucrée ou plus par jour est en surpoids.

$\frac{1}{8} = 0{,}125 = P_B(S)$

2.



3. $P(B) > 0$ et $\cancel{P_B(S)} > 0$, donc d'après la formule des probabilités composées :

$P(B \cap S) = P(B) \times P_B(S)$

$P(B \cap S) = 0{,}6 \times 0{,}125$

$P(B \cap S) = 0{,}075$

1/1

La probabilité que l'enfant choisi au hasard boive une boisson sucrée ou plus par jour et soit en surpoids est égale à 0,075

4. D'après la formule des probabilités totales :

$$P(S) = P(B \cap S) + P(\bar{B} \cap S)$$
$$P(S) = P(B) \times P_B(S) + P(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(S)$$
$$P(S) = 0,6 \times 0,125 + 0,4 \times 0,08$$
$$P(S) = 0,075 + 0,032$$
$$P(S) = 0,107$$

La probabilité que l'enfant choisi soit en surpoids est égale à 0,107

5

$$P_S(B) = \frac{P(B \cap S)}{P(S)}$$

$$P_S(B) = \frac{0,075}{0,107} \approx 0,701$$

Si l'enfant choisi est en surpoids, alors la probabilité qu'il boive une boisson sucrée ou plus par jour est égale à 0,701

B.

1. (a) "Epreuve de Bernoulli"

"On interroge au hasard un enfant en surpoids"

Succès : "l'enfant interrogé consomme une boisson sucrée ou plus par jour"

$p = 0,7$

"Schéma de Bernoulli"

On répète cette épreuve $n = 35$ fois de façon identique et indépendante

2/6

1780

[redacted]

T°A

Cette expérience est donc ~~une épreuve~~ un schéma de Bernoulli de paramètres $n = 35$ et $p = 0,7$.

X étant la variable aléatoire indiquant le nombre d'enfants consommant une ou plusieurs boissons sucrées par jour, donc le nombre de succès, elle suit la loi binomiale suivante :

$$X \hookrightarrow \mathcal{B}(35 ; 0,7)$$

(b)

$$P(X=k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$$

$$P(X=3) = \binom{35}{3} \times 0,7^3 \times (1-0,7)^{35-3}$$

$$P(X=3) = \frac{35!}{3!(35-3)!} \times 0,7^3 \times 0,3^{32}$$

$$\boxed{P(X=3) = \frac{35!}{3! \times 32!} \times 0,7^3 \times 0,3^{32}}$$

$$P(X=3) \approx 4,160 \times 10^{-14}$$

environ

La probabilité que 3 enfants parmi les 35 consomment des boissons sucrées est égale à $4,160 \times 10^{-14}$.

(c)

$$P(X=10) = \binom{35}{10} \times 0,7^{10} \times (1-0,7)^{35-10}$$

$$P(X=10) = \frac{35!}{10!(35-10)!} \times 0,7^{10} \times 0,3^{25}$$

$$P(X=10) = \frac{35!}{10! \times 25!} \times 0,7^{10} \times 0,3^{25}$$

$$P(X=10) \approx 4,394 \times 10^{-7}$$

La probabilité que

3/6

1780

[redacted]

1'A

$P(X \geq 10) = P(\overline{X \leq 10})$

$P(X \geq 10) = 1 - P(X < 10)$

$P(X \geq 10) \approx 1 - 5{,}235 \times 10^{-7}$

$P(X \geq 10) \approx 0{,}999$

La probabilité qu'au moins 10 des enfants connaissent les [illegible] est environ égale à 0,999

(a)

$E(X) = n \times p$

$E(X) = 35 \times 0{,}7$

$E(X) = 24{,}5$

On peut s'attendre à trouver ~~24~~ enfants connaissant les [illegible] dans le groupe des 35

2.

(a) $Y = 400 \times X$

(b) $E(Y) = 400 \times E(X)$

$E(Y) = 400 \times 24{,}5$

$E(Y) = 9800$

La mairie doit prévoir un budget de 9800 € pour un tel groupe de 35 enfants par an.

Ex 2

1. On note $P(n)$: « $u_n = 3 \times 2^n - 1$ » pour tout $n \in \mathbb{N}$ [pour la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n + 1$]

Démontrons par récurrence que $P(n)$ est vrai pour tout $n \in \mathbb{N}$

4/6

* Initialisation :

Pour $n = 0$:

$V_0 = 3 \times 2^0 - 1$

$V_0 = 2$

Donc $P(0)$ est vraie

* Hérédité :

Supposons $P(n)$ vraie, démontrons que $P(n+1)$ l'est aussi

Soit $n \in \mathbb{N}$

D'après l'hypothèse de récurrence :

$v_n = 3 \times 2^n - 1$

$\cancel{v_{n+1} = 3 \times 2^{n+1} - 1}$

$v_{n+1} = 3 \times 2 \times 2^n - 2 + 1$

$v_{n+1} = \cancel{2(3 \times 2^n - 1) + 1}$

$\Leftrightarrow \cancel{v_{n+1} = 2v_n + 1}$

Trop mal présenté.

Donc $P(n+1)$ est vrai pour tout $n \in \mathbb{N}$

Nous avons démontré par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$ pour la suite (v_n) : $v_n = 3 \times 2^n - 1$

2. On note $P(n)$: « $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est majorée par 4 » pour tout $n \in \mathbb{N}$ pour la suite (v_n) définie par $V_0 = 2$ et $V_{n+1} = \frac{V_n}{4}$

5/6

1780

[redacted]

T'A

Démontrons par récurrence que $P(n)$ est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$

* Initialisation :

Pour $n = \cancel{0}\ 1$

$V_{0+1} = \frac{V_0}{4} + 3$

$V_{0+1} = \frac{2}{4} + 3$

$V_{0+1} = 3,5$

$3,5 < 4$

Donc $P(\cancel{0})$ est vrai

* Hérédité

Supposons $P(n)$ vrai, démontrons que $P(n+1)$ l'est également

Soit $n \in \mathbb{N}$

$V_{n+1} - V_n = \frac{V_n}{4} + 3 - V_n$

$V_{n+1} - V_n = \frac{V_n - 4V_n}{4} + 3$

$V_{n+1} - V_n = \frac{-3V_n}{4} + 3$

D'après l'hypothèse de récurrence, $V_n \leq 4$

$V_{n+1} = \frac{V_n}{4} + 3$

=

6/6

1900

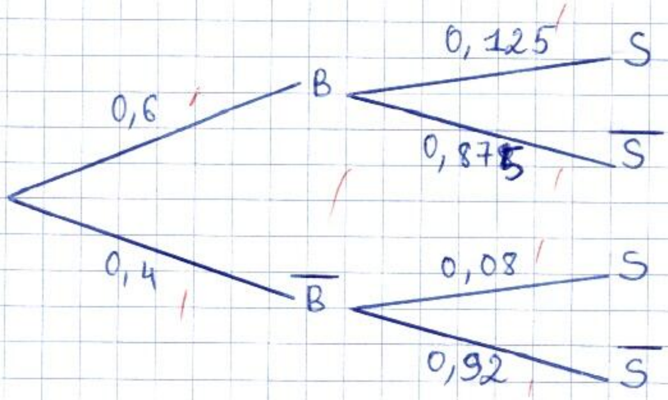
[redacted] TCA

Lundi 12 septembre 2022

$\frac{47}{71}$

Excercice 1, partie A

2)



1) Selon l'énoncé, $\mathbb{P}_B(S) = \frac{1}{8} = 0,125$.

3) D'après la formule des probabilités composées, puisque $\mathbb{P}(B) \neq 0$, on a :

$$\mathbb{P}(B \cap S) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S)$$

$$\boxed{\mathbb{P}(B \cap S) = 0,075}$$

4) Déterminer la probabilité que l'enfant soit en surpoids revient à calculer $\mathbb{P}(S)$.

Calculons $\mathbb{P}(S)$

$\{B ; \overline{B}\}$ est un système complet d'événements, donc d'après la formule des probalités totales :

$$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B \cap S) + \mathbb{P}(\overline{B} \cap S)$$

De plus, $\mathbb{P}(B) \neq 0$ et $\mathbb{P}(\bar{B}) \neq 0$, donc d'après la formule des probalités composées :

$$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(B) \times \mathbb{P}_B(S) + \mathbb{P}(\bar{B}) \times \mathbb{P}_{\bar{B}}(S)$$

Ainsi : $\mathbb{P}(S) = 0,6 \times 0,125 + 0,4 \times 0,08$

$$\boxed{\mathbb{P}(S) = 0,107}$$

5) Calculons $\mathbb{P}_S(B)$

$$\mathbb{P}_S(B) = \frac{\mathbb{P}(S \cap B)}{\mathbb{P}(S)}$$

$\mathbb{P}_S(B) = \dfrac{0,075}{0,107}$, d'après les questions précédentes

$$\boxed{\mathbb{P}_S(B) \simeq 0,701}$$

Exercice 1, partie B

1)a. • Epreuve de Bernoulli

Interroger un enfant en surpoids. Succès : "consomme des boissons sucrées", $p = 0,7$

• Schéma de Bernoulli

L'experience est répétée $n = 35$ fois de façon indépendante.

$$X \hookrightarrow \mathcal{B}(35; 0,7)$$

b. Calculons $\mathbb{P}(X = 3)$

$$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$$

$$\mathbb{P}(X = 3) = \binom{35}{3} \times 0,7^3 \times (1 - 0,7)^{35-3}$$

$$= \frac{35!}{3!(35-3)!} \times 0,7^3 \times 0,3^{32}$$

1900

[redacted] TA

Lundi 12 septembre 2022

$\boxed{\mathbb{P}(X=3) \approx 4,16 \cdot 10^{-14}}$

c) Calculons $\mathbb{P}(X \geqslant 10)$

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X \geqslant 10) &= 1 - \mathbb{P}(\overline{X \geqslant 10}) \\ &= 1 - \mathbb{P}(X < 10) \\ &= 1 - \mathbb{P}(X \leqslant 9)\end{aligned}$$

$\boxed{\mathbb{P}(X \geqslant 10) \approx 0,99}$

2) a) $Y = X \times 400$

Exercice 2

1) $(u_n) : \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1, \ \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

Démontrons par récurrence que $P(n)$: " $u_n = 3 \times 2^n - 1$, $\cancel{\forall n \in \mathbb{N}}$ "

* $u_0 = 2$
$3 \times 2^0 - 1 = 2$

*Ainsi $P(0)$ est vraie

* Supposons $P(n)$ vraie et démontrons que $P(n+1)$ l'est aussi.

D'après l'hypothèse de récurrence ...

2. $(v_n) : \begin{cases} v_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N},\ v_{n+1} = \dfrac{v_n}{4} + 3 \end{cases}$

Démontrons que $P(n)$: " $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est majorée par 4 ".

*

[redacted]

TE 1940

Évaluation Mathématiques

(Page 1)

$\frac{60}{71}$

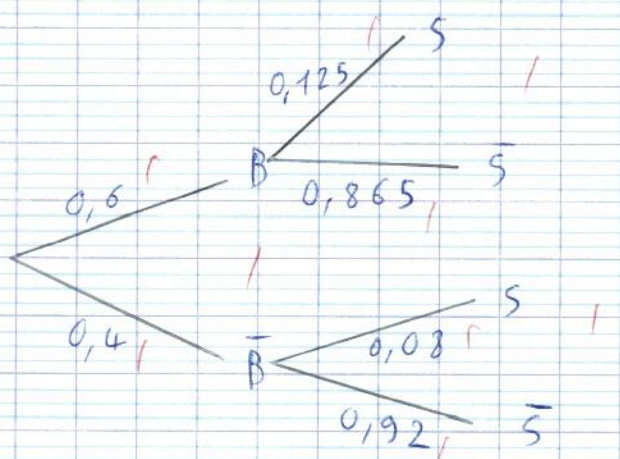
Exercice 1 :

Partie A :

(*) on peut le

1. Comme il est dit dans la consigne, "un enfant sur 8 est en surpoids parmi les enfants buvant 1 boisson sucrée ou plus par jour", (*) représenter par la probabilité $P_B(S)$. Et $\frac{1}{8} = 0,125$.

2.



3. Par la formule des probabilités composées :

$P(B \cap S) = \cancel{P(B) \times P(S)}$ Seulement si indépendants.

$= 0,6 \times 0,125$

$P(B \cap S) = 0,075$ → Pas dans la marge

4. La probabilité que l'enfant soit en surpoids est représentée par P(S). ~~Soit~~ $\{B, S\}$ est un système complet d'évènements.
D'après la formule des probabilités totales :

$$P(S) = P(B \cap S) + P(\bar{B} \cap S)$$

$$= 0,075 + P(\bar{B}) \times P(S)$$

$$= 0,075 + 0,4 \times 0,08$$

$$P(S) = 0,107.$$

5. On peut traduire cette probabilité par $P_S(B)$.
Comme $P(S) > 0$, d'après la ~~formule~~ définition des probabilités conditionnelles :

$$P_S(B) = \frac{P(B \cap S)}{P(S)}$$

$$P_S(B) = \frac{0,075}{0,107}$$

$$P_S(B) \simeq 0,701$$

Partie B.

1. a) Justifions que la variable aléatoire X suit une loi binomiale.

Interroger un ~~des~~ enfant en surpoids et regarder s'il consomme des boissons sucrées ou pas est une épreuve de Bernoulli.

[redacted]

TE 1940

Évaluation Mathématiques

(Page 2)

Partie B (suite)

1. a) (suite)

Succès : "L'enfant consomme des boissons sucrées" /
$p = 0,7$ /

L'expérience est répétée 35 fois / et de manières indépendantes. /

Donc c'est un schéma de Bernoulli de paramètres $p = 0,7$ et $n = 35$.

Comme X compte le nombre de succès ? de ce schéma alors X suit une loi Binomiale de paramètres $n = 35$ et $p = 0,7$. $X \hookrightarrow \mathcal{B}(0,7 ; 35)$. /

b) $P(X = k) = \cancel{\left[\binom{35}{3} \times\right]} \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$ /

$P(X = 3) \overset{!}{=} \binom{35}{3} \times 0,7^3 \times 0,3^{32}$ /

$P(X = 3) = \dfrac{35!}{3!(35-3)!} \times 0,7^3 \times 0,3^{32}$

$P(X=3) \simeq 4,16 \times 10^{-14}$

c) $P(X \geqslant 10) = 1 - P(X < 10)$

$= 1 - P(X \leqslant 9)$

$1 - P(X \leqslant 9) \simeq 0,99$ (d'après la calculatrice)

d) D'après la calculatrice on peut s'attendre à ~~(au moins)~~ ~~30~~ 25 ~~enfants~~ consommateurs de boissons.

2. a. $Y = -400X$

b. $\mathbb{E}(Y) = \mathbb{E}(-400X)$

$= -400 \times \mathbb{E}(X)$

$= -400 \times n$

$= -400 \times 35 \times 0,7$

$\mathbb{E}(Y) = -9800$

La mairie doit s'attendre à dépenser 9800 euros.

~~Exercice 2 :~~

[redacted]

TE 1940

Évaluation Mathématiques

(Page 3)

Exercice 2 :

1. Démontrons par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$
$u_n = 3 \times 2^n - 1$.

Soit la proposition $P(n)$: " $u_n = 3 \times 2^n - 1$ "

* $u_0 = 3 \times 2^0 - 1 = 2$. Donc $P(0)$ est vraie.

* ~~Dé~~ (~~Pour~~) Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $P(n)$ est vraie et démontrons que $P(n+1)$ est vraie.

D'après l'hypothèse de récurrence : $u_n = 3 \times 2^n - 1$

D'après la définition de la suite : $u_{n+1} = 2\, u_n + 1$

$= 2[3 \times 2^n - 1] + 1$

$$u_{n+1} = 2(3 \times 2^n - 1) + 1$$

$$= 3 \times 2^{n+1} - 2 + 1$$

$$= 3 \times 2^{n+1} - 1$$

Alors $P(n+1)$ est vraie, donc $P(n)$ est vraie, soit : pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n = 3 \times 2^n - 1$.

2. Démontrons par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$ (v_n) est majorée par 4.

Soit la proposition $P(n)$: " $v_n < 4$ "

* $v_0 = 2$ et $2 < 4$, alors $v_0 < 4$. Donc $P(0)$ est vraie.

* Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $P(n)$ est vraie et démontrons que $P(n+1)$ est vraie.

D'après l'hypothèse de récurrence : $v_n < 4$

$$\frac{v_n}{4} < 1$$ (On divise par un nombre positif donc l'inégalité reste inchangée)

$$\frac{v_n}{4} + 3 < 4$$

Or d'après la définition de la suite : $v_{n+1} = \frac{v_n}{4} + 3$

Donc $v_{n+1} < 4$

$P(n+1)$ est vraie, alors $P(n)$ est vraie, soit pour tout $n \in \mathbb{N}$ $v_n < 4$.

Par conséquent la suite est majorée par 4.

6/6