Devoirs de rappels.

Exercice.

Dans le cadre d'un essai clinique on envisage deux protocoles de traitement d'une maladie.

L'objectif de cet exercice est d'étudier, pour ces deux protocoles, l'évolution de la quantité de médicament présente dans le sang d'un patient en fonction du temps.

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A : Étude du premier protocole

Le premier protocole consiste à faire absorber un médicament, sous forme de comprimé, au patient.

On modélise la quantité de médicament présente dans le sang du patient, exprimée en mg, par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$f(t) = 3t\mathrm{e}^{-0,5t+1},$$

où t désigne le temps, exprimé en heure, écoulé depuis la prise du comprimé.

1. (a) On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ et on note f' sa fonction dérivée.
   Montrer que, pour tout nombre réel t de $[0\,;\,10]$, on a :
   $$f'(t) = 3(-0,5t+1)\mathrm{e}^{-0,5t+1}.$$

   (b) En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.

   (c) Selon cette modélisation, au bout de combien de temps la quantité de médicament présente dans le sang du patient sera-t-elle maximale ? Quelle est alors cette quantité maximale ?

2. (a) Justifier avec le tableau de variation que l'équation $f(t) = 5$ semble admettre une unique solution sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ notée α, dont on donnera une valeur approchée grâce à la calculatrice.
   De même on admet que l'équation $f(t) = 5$ admet une unique solution sur l'intervalle $[2\,;\,10]$, notée β, et qu'une valeur approchée de β à 10^{-2} près est 3,46.

(b) On considère que ce traitement est efficace lorsque la quantité de médicament présente dans le sang du patient est supérieure ou égale à 5 mg.

Déterminer, approximativement, la durée d'efficacité du médicament dans le cas de ce protocole.

Partie B : Étude du deuxième protocole

Le deuxième protocole consiste à injecter initialement au patient, par piqûre intraveineuse, une dose de 2 mg de médicament puis à réinjecter toutes les heures une dose de 1,8 mg.

On suppose que le médicament se diffuse instantanément dans le sang et qu'il est ensuite progressivement éliminé.

On estime que lorsqu'une heure s'est écoulée après une injection, la quantité de médicament dans le sang a diminué de 30 % par rapport à la quantité présente immédiatement après cette injection.

On modélise cette situation à l'aide de la suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n désigne la quantité de médicament, exprimée en mg, présente dans le sang du patient immédiatement après l'injection de la n-ième heure. On a donc $u_0 = 2$.

1. Calculer, selon cette modélisation, la quantité u_1, de médicament (en mg) présente dans le sang du patient immédiatement après l'injection de la première heure.

2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0{,}7u_n + 1{,}8$.

3. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = 6 - u_n$.

   (a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,7 dont on précisera le premier terme.

   (b) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n, puis de u_n en fonction de n.

   (c) Avec ce protocole, on arrête les injections lorsque la quantité de médicament présente dans le sang du patient est supérieure ou égale à 5,5 mg.

   Déterminer, en détaillant les calculs, le nombre d'injections réalisées en appliquant ce protocole.

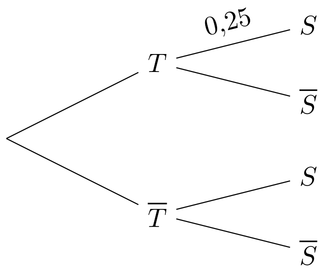
Exercice.

Une entreprise fabrique des jeux en bois. Avant sa commercialisation, chaque jeu est soumis à deux contrôles : un contrôle de peinture et un contrôle de solidité.

Après un très grand nombre de vérifications, on constate que :
— 8 % des jeux ont un défaut de peinture,
— parmi les jeux qui n'ont pas de défaut de peinture, 5 % ont un défaut de solidité,
— 2 % des jeux présentent les deux défauts.
On choisit au hasard un jeu parmi ceux fabriqués par l'entreprise. On note :
— T l'événement : « le jeu a un défaut de peinture. »
— S l'événement : « le jeu a un défaut de solidité. »

1. Démontrer que $P_T(S) = 0{,}25$.

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré de probabilité ci-dessous traduisant les données de l'énoncé.



3. Démontrer que la probabilité que le jeu choisi au hasard n'ait pas de défaut de solidité est égale 0,934.

4. Les jeux qui présentent un défaut de solidité sont détruits. Dans cette question, on leur attribuera un prix de vente de 0 €.
   Les jeux ne présentant aucun défaut sont vendus 14 € chacun.
   Les autres jeux sont vendus 9 euro chacun.
   On note X la variable aléatoire qui donne le prix de vente, en euros, d'un jeu.

   (a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous donnant, pour chaque valeur x_i de X, la probabilité de l'événement $\{X = x_i\}$.

x_i	0	9	14
$P(X = x_i)$			

   (b) Quel est le prix de vente moyen d'un jeu fabriqué par cette entreprise ? *On arrondira le résultat au centime d'euro.*

Exercice.

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère le triangle OAB où O est l'origine du repère, A le point de coordonnées $(8; 0)$ et B celui de coordonnées $(0; 6)$.

On considère le point E, milieu du segment $[AB]$.

La figure est donnée en annexe, elle sera complétée au fur et à mesure et sera rendue avec la copie.

On rappelle que dans un triangle, la médiane issue d'un sommet est la droite passant par ce sommet et par le milieu du côté opposé et que le centre de gravité d'un triangle est le point de concours de ses 3 médianes.

1. Calculer les 2 produits scalaires suivants :

   a) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ b) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OE}$

2. (a) Justifier que l'équation $1{,}5x + y - 6 = 0$ est une équation cartésienne de la médiane issue du point B dans le triangle OAB. Tracer cette médiane sur la figure annexe.

   (b) Déterminer une équation de la médiane issue de O dans le triangle OAB.

   (c) Déterminer les coordonnées du point G, centre de gravité du triangle OAB.

   Placer le point G sur la figure annexe.

Annexe.