

Suites récurrentes d'ordre deux.

EXERCICE 1. On considère la suite (u_n) définie par ses deux premiers termes $u_0 = 1$ et $u_1 = 2$, et par la relation : $u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$, pour tout n de $\mathbb{N}$. Soit (v_n) la suite réelle définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = u_{n+1} - u_n$.

1. Montrez que la suite (v_n) est géométrique. calculez son terme général en fonction de n .
2. Déduisez-en le terme général u_n en fonction de n . Quelle est la limite de (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$?
3. Déterminez le plus petit entier n_0 tel que pour tout entier n supérieur ou égal à n_0 on ait $|u_n - 3| < 10^{-5}$