Vecteurs de l'espace, combinaisons linéaires, bases.

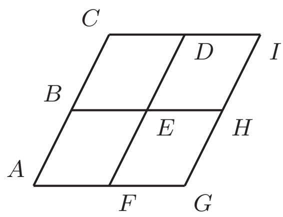
Espace vectoriel euclidien.

Combinaisons linéaires.

EXERCICE 1. Démontrez les égalités de vecteurs de l'espace.

a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$.
b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$.
c) $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CD}$.
d) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.
e) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$
f) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$

EXERCICE 2. On considère la figure plane suivante.



Donnez un autre représentant de chacun des vecteurs proposés.

a) $\overrightarrow{AB}$.
b) $\overrightarrow{DF}$.
c) $\overrightarrow{GH}$.
d) $\overrightarrow{DC}$.
e) $\overrightarrow{BH}$.
f) $\overrightarrow{DH}$.
g) $\overrightarrow{FC}$.
h) $\overrightarrow{HA}$.
i) $\overrightarrow{IE}$.

EXERCICE 3. On considère un parallélépipède rectangle (pavé droit) $ABCDEFGH$. Donnez, sans justification, d'autres représentants des vecteurs suivants.

a) $\overrightarrow{AB}$.
b) $\overrightarrow{CA}$.
c) $\overrightarrow{AE}$.
d) $\overrightarrow{CF}$.
e) $\overrightarrow{FB}$.
f) $\overrightarrow{CG}$.
g) $\overrightarrow{CD}$.
h) $\overrightarrow{CH}$.
i) $\overrightarrow{BH}$.
j) $\overrightarrow{GD}$.
k) $\overrightarrow{GH}$.
l) $\overrightarrow{DB}$.
m) $\overrightarrow{HF}$.
n) $\overrightarrow{EF}$.
o) $\overrightarrow{DF}$.
p) $\overrightarrow{DE}$.
q) $\overrightarrow{BG}$.
r) $\overrightarrow{AF}$.
s) $\overrightarrow{BE}$.
t) $\overrightarrow{HD}$.
u) $\overrightarrow{HB}$.
v) $\overrightarrow{AH}$.
w) $\overrightarrow{GA}$.
x) $\overrightarrow{AD}$.
y) $\overrightarrow{CB}$.

EXERCICE 4. On considère un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$. Exprimez les sommes de vecteurs suivantes sous forme d'un seul représentant faisant intervenir uniquement les points de la figure.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG}$.
b) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FH}$.
c) $\overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{CD}$.
d) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{HG}$.
e) $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EA}$.
f) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{GF}$.

EXERCICE 5. On considère un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$. Simplifiez les sommes suivantes sous forme d'un seul représentant. *Vous pourrez utiliser l'identité du parallélogramme.*

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
b) $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FH}$.
c) $\overrightarrow{DH} + \overrightarrow{DC}$.
d) $\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GH}$.
e) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AF}$.
f) $\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GE}$
g) $\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{AB}$.
h) $\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FH}$

EXERCICE 6. On considère un cube $ABCDEFGH$. Simplifiez la combinaison linéaire sous forme d'un unique représentant. *Exemple :* $-2 \cdot \overrightarrow{QM} + 1 \cdot \overrightarrow{EF} + 1 \cdot \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{MK}$.

a) $\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{PM}+\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{NQ}$.
b) $\overrightarrow{DK}+\overrightarrow{IS}+\overrightarrow{TP}$.
c) $3\cdot\overrightarrow{DL}+2\cdot\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{RQ}$.
d) $\overrightarrow{CB}+2\cdot\overrightarrow{UP}$.
e) $\overrightarrow{SI}+\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{AE}$.
f) $2\cdot\overrightarrow{HQ}+2\cdot\overrightarrow{HP}+\overrightarrow{FD}$.
g) $\overrightarrow{DE}-2\cdot\overrightarrow{UH}+\overrightarrow{BG}$.

EXERCICE 7. On considère un cube $ABCDEFGH$. Exprimez le vecteur $\vec{u}$ en fonction des vecteurs $\vec{v}$, $\vec{w}$ et éventuellement $\vec{s}$ dans les cas suivants. *Exemple :* $\overrightarrow{AF}=1\cdot\overrightarrow{AB}+1\cdot\overrightarrow{BF}$ *est une expression de* $\vec{u}=\overrightarrow{AF}$ *comme combinaison linéaire des vecteurs* $\vec{v}=\overrightarrow{AB}$ *et* $\vec{w}=\overrightarrow{BF}$*.*

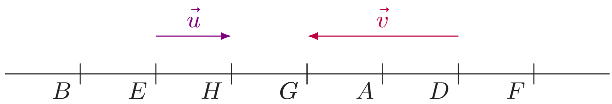
a) $\vec{u}=\overrightarrow{AC}$, $\vec{v}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{w}=\overrightarrow{AD}$.
b) $\vec{u}=\overrightarrow{BD}$, $\vec{v}=\overrightarrow{AD}$ et $\vec{w}=\overrightarrow{BA}$.
c) $\vec{u}=\overrightarrow{DG}$, $\vec{v}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{w}=\overrightarrow{AE}$.
d) $\vec{u}=\overrightarrow{FC}$, $\vec{v}=\overrightarrow{AD}$ et $\vec{w}=\overrightarrow{HD}$.
e) $\vec{u}=\overrightarrow{MI}$, $\vec{v}=\overrightarrow{AI}$ et $\vec{w}=\overrightarrow{GT}$.
f) $\vec{u}=\overrightarrow{QM}$, $\vec{v}=\overrightarrow{HE}$ et $\vec{w}=\overrightarrow{EF}$.
g) $\vec{u}=\overrightarrow{AC}$, $\vec{v}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{w}=\overrightarrow{AE}$.
h) $\vec{u}=\overrightarrow{AC}$, $\vec{v}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{w}=\overrightarrow{AD}$ et $\vec{s}=\overrightarrow{CD}$.
i) $\vec{u}=\overrightarrow{HF}$, $\vec{v}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{w}=\overrightarrow{AD}$ et $\vec{s}=\overrightarrow{AE}$.
j) $\vec{u}=\overrightarrow{AP}$, $\vec{v}=\overrightarrow{IB}$, $\vec{w}=\overrightarrow{DL}$ et $\vec{s}=\overrightarrow{CT}$.
k) $\vec{u}=\overrightarrow{DS}$, $\vec{v}=\overrightarrow{LR}$, $\vec{w}=\overrightarrow{EH}$ et $\vec{s}=\overrightarrow{AK}$.
l) $\vec{u}=\overrightarrow{PB}$, $\vec{v}=\overrightarrow{UK}$, $\vec{w}=\overrightarrow{AE}$ et $\vec{s}=\overrightarrow{HE}$.

EXERCICE 8.

Indépendance linéaire.

Vecteur directeur d'une droite.

EXERCICE 9.



Donnez sans justification l'abscisse du point dans le repère.

a) B dans $(A;\vec{u})$.
b) H dans $(B;\vec{v})$.
c) G dans $(D;2\vec{u})$.
d) E dans $(F;2\vec{v})$.
e) A dans $(D;2\vec{v})$.

EXERCICE 10. On considère un pavé droit $ABCDEFGH$. Dans chaque cas décrivez par deux points la droite dont on donne un repère. Exemple : la droite dont un repère est $(A;\overrightarrow{AL})$ est la droite (AL).

a) $(A;\overrightarrow{DC})$.
b) $(H;\overrightarrow{TJ})$.
c) $(M;\overrightarrow{UD})$.
d) $(K;\overrightarrow{BE})$.
e) $(A;\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AE})$.
f) $(B;\overrightarrow{HM}+\overrightarrow{HD})$.
g) $(S;\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{GH})$.
h) $(G;\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{TC})$.
i) $(I;\overrightarrow{KU}+\frac{1}{2}\overrightarrow{KP})$.
j) $(G;\overrightarrow{KL}+\overrightarrow{KJ})$.
k) $(I;\overrightarrow{DK}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CG})$.
l) $(F;\overrightarrow{UD}+\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{BS})$.

EXERCICE 11.
EXERCICE 12. Donnez une représentation paramétrique de la droite Δ de $\mathscr{E}_3$ définie par :

a) $A(-1,-2{,}1)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}$,
b) $A(1{,}0{,}0)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$,
c) $A(17{,}37{,}0)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$,
d) $A(100;2{,}4;-\frac{1}{3})$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{\pi}\\3\times10^2\\\frac{2}{3}\end{pmatrix}$,

e) $A(2{,}3{,}4)$ et $B(-2{,}6{,}5)$,
f) $A(6,-2{,}1)$ et $B(1{,}2,-1)$,
g) $A(5{,}7{,}0)$ et $B(0{,}1{,}2)$,
h) $A(1{,}2{,}3)$ et $B(-2{,}2{,}2)$,
i) $A(0,-1{,}1)$ et $B(0{,}2{,}1)$,
j) $A(2{,}0{,}4)$ et $B(1{,}0{,}3)$,
k) $A(1,-1{,}0)$ et $B(0{,}2{,}0)$,
l) $A(0{,}0{,}3)$ et $B(0{,}0,-2)$,

EXERCICE 13. Donnez un vecteur directeur et deux points des droites dont les représentations paramétriques sont données :

a) $\begin{cases} x &= 3t+1 \\ y &= 2t-3 \\ z &= -4t+2 \end{cases}$
b) $\begin{cases} x &= -2t+2 \\ y &= t-2 \\ z &= 6t+3 \end{cases}$
c) $\begin{cases} x &= 1 \\ y &= -t-3 \\ z &= t+2 \end{cases}$
d) $\begin{cases} x &= 2t \\ y &= 3t-3 \\ z &= 4 \end{cases}$

EXERCICE 14. Déterminez les points d'intersection des droites d_1 et d_2 dont on donne des représentations paramétriques.

a) $d_1 : \begin{cases} x &= 2t_1+1 \\ y &= t_1+1 \\ z &= -4t_1+2 \end{cases}, t_1 \in \mathbb{R}$ et $d_2 : \begin{cases} x &= 4t_2-5 \\ y &= -t_2+7 \\ z &= -2t_2-4 \end{cases}, t_2 \in \mathbb{R}$.

b) $d_1 : \begin{cases} x &= -t_1+2 \\ y &= t_1+3 \\ z &= t_1 \end{cases}, t_1 \in \mathbb{R}$ et $d_2 : \begin{cases} x &= t_2-2 \\ y &= -3t_2+1 \\ z &= t_2+1 \end{cases}, t_2 \in \mathbb{R}$.

EXERCICE 15. Dans chaque dites si le point A appartient à la droite d.

a) $A(11,-37{,}15)$ et $d : \begin{cases} x &= 2t+1 \\ y &= -7t-2 \\ z &= 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

b) $A(13,-6{,}12)$ et $d : \begin{cases} x &= 4t-3 \\ y &= -3t+6 \\ z &= 5t-10 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

c) $A(138,-138{,}13)$ et $d : \begin{cases} x &= t+1 \\ y &= -t-1 \\ z &= 12 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

d) $A(-5,-21{,}50)$ et $d : \begin{cases} x &= -5 \\ y &= 3t \\ z &= -7t+1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Direction d'un plan.

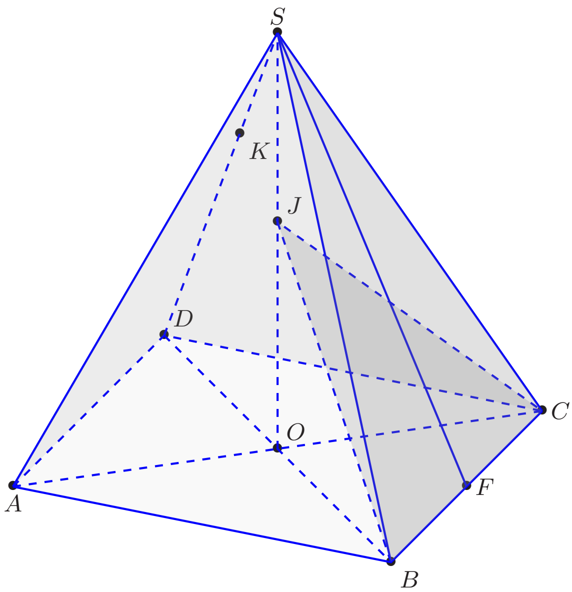
EXERCICE 16. Donnez dans chaque cas un quatrième point du plan proposé. Par exemple, pour (ABC) le point D convient : $D \in (ABC)$.

a) (DEF). b) (HCD). c) (EFB). d) (BCF). e) (FHG).
f) (UJT). g) (PRM). h) (LBS). i) (MJI). j) (DNH).
k) (NGT). l) (PQN). m) (RQM). n) (USR). o) (HRT).

EXERCICE 17. Donnez quatre points non coplanaires du cube $ABCDEFGH$.
EXERCICE 18. Lisez sur la figure la décomposition en combinaison linéaire du vecteur proposé sur la direction donnée. Par exemple, pour $\overrightarrow{AC}$ et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$, on peut écrire : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

a) $\overrightarrow{AK}$ et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$. b) $\overrightarrow{DB}$ et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$. c) $\overrightarrow{IK}$ et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$. d) $\overrightarrow{LB}$ et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$.
e) $\overrightarrow{DU}$ et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$. f) $\overrightarrow{FP}$ et $\left(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC}\right)$. g) $\overrightarrow{EJ}$ et $\left(\overrightarrow{DH},\overrightarrow{QC}\right)$. h) $\overrightarrow{IM}$ et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right)$.
i) $\overrightarrow{BH}$ et $\left(\overrightarrow{BG},\overrightarrow{BA}\right)$.

EXERCICE 19.



Donnez au moins deux directions non triviales des plans suivants. Exemple : pour le plan (ABC), $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CB}\right)$ est une base triviale, $\left(\overrightarrow{AO},\overrightarrow{OC}\right)$ n'est pas une base mais $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OD}\right)$ est une base qui convient.

a) (ODJ). b) (BCJ). c) (ADK). d) (SDC). e) (DOC).
f) (ABS).

EXERCICE 20. Nommez par trois points distincts deux à deux et non alignés, le plan dont on donne un point et une base. Par exemple pour A et $\left(\overrightarrow{DU},\overrightarrow{AB}\right)$, le plan est (ABR), ou (ASF).

a) S et $\left(\overrightarrow{SN},\overrightarrow{AD}\right)$. b) S et $\left(\overrightarrow{LU},\overrightarrow{DC}\right)$. c) D et $\left(\overrightarrow{GT},\overrightarrow{US}\right)$. d) M et $\left(\overrightarrow{EQ},\overrightarrow{HP}\right)$.
e) K et $\left(\overrightarrow{NM},\overrightarrow{BS}\right)$. f) U et $\left(\overrightarrow{UE},\overrightarrow{UP}\right)$. g) M et $\left(\overrightarrow{UH},\overrightarrow{KB}\right)$. h) D et $\left(\overrightarrow{UM},\overrightarrow{GT}\right)$.
i) U et $\left(\overrightarrow{SG},\overrightarrow{HS}\right)$.

Base de l'espace.

EXERCICE 21. On considère un pavé droit $ABCDEFGH$. Dites si les 3-listes proposées sont des bases de l'espace.

a) $\left(\overrightarrow{AL},\overrightarrow{CJ},\overrightarrow{BS}\right)$. b) $\left(\overrightarrow{KD},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BF}\right)$. c) $\left(\overrightarrow{DI},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{PF}\right)$. d) $\left(\overrightarrow{RI},\overrightarrow{RM},\overrightarrow{RS}\right)$.
e) $\left(\overrightarrow{DL},\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DH}\right)$. f) $\left(\overrightarrow{KG},\overrightarrow{KT},\overrightarrow{KU}\right)$. g) $\left(\overrightarrow{FI},\overrightarrow{FM},\overrightarrow{FH}\right)$. h) $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{NL}\right)$.
i) $\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{FS},\overrightarrow{GC}\right)$.

EXERCICE 22. Donnez 5 bases distinctes du parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$.
EXERCICE 23. On considère un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$. Les autres points sont les milieux des arêtes. Donnez à chaque fois les coordonnées du vecteur dans la base proposée.

a) $\overrightarrow{AG}$ et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$. b) $\overrightarrow{DB}$ et $\left(\overrightarrow{HD},\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HG}\right)$. c) $\overrightarrow{DH}$ et $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BF}\right)$.
d) $\overrightarrow{AN}$ et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$. e) $\overrightarrow{QM}$ et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$. f) $\overrightarrow{PJ}$ et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.

EXERCICE 24. Dites si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ou pas dans les cas suivants.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix}$. b) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\7\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-8\\-16\\-57\end{pmatrix}$. c) $\vec{u}\begin{pmatrix}\pi\\1\\\sqrt{\pi}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\sqrt{\pi^3}\\\sqrt{\pi}\\\pi\end{pmatrix}$. d) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$.

EXERCICE 25. Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$ des vecteurs de l'espace relativement à une base $\mathscr{B}$. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ constituent-ils une base de l'espace ?
EXERCICE 26. Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}4\\-1\\2\end{pmatrix}$ des vecteurs de l'espace relativement à une base $\mathscr{B}$. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ constituent-ils une base de l'espace ?
EXERCICE 27. On considère une pavé droit $ABCDEFGH$. Donnez les coordonnées du point dans le repère proposé.

a) D dans $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$. b) G dans $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.
c) K dans $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$. d) D dans $\left(A;\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}\right)$.

EXERCICE 28. Soient $A(3,-2,-4)$, $B(4,-3,-2)$, $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}$.

1. Déterminez les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v}$.
2. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils liés ?

EXERCICE 29. Soient $A(1{,}2{,}3)$, $B(2{,}0{,}3)$, et $C(6{,}3{,}8)$ des points de l'espace rapporté à un repère, $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\0\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}0\\-3\\1\end{pmatrix}$ des vecteurs de l'espace.

1. Démontrez que les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont linéairement indépendants.
2. Déterminez α, β et γ tels que : $\overrightarrow{AB} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w}$.
3. Déterminez α', β' et γ' tels que : $\overrightarrow{BC} = \alpha'\vec{u} + \beta'\vec{v} + \gamma'\vec{w}$.
4. Déduisez-en les coordonnées du point C dans le repère $(A;\vec{u},\vec{v},\vec{w})$.

EXERCICE 30. On considère les points $A(1{,}2{,}3)$, $B(-1{,}1{,}4)$ et $C(3{,}5,-2)$ dans un repère (O,I,J,K). Déterminez les coordonnées du point D telles que $ABCD$ soit un parallélogramme.

EXERCICE 31. On considère les points $A(1,2,1)$, $B(3,-1,2)$ et $C(-1,3,4)$ dans un repère (O,I,J,K).

1. Déterminez les coordonnées du milieu de $[AC]$.
2. Déterminez les coordonnées de D telles que $ABCD$ soit un parallélogramme.

EXERCICE 32. Soient les points $A(-1;4,-3)$ et $B(2;1;3)$ dans un repère (O,I,J,K). Déterminez les coordonnées du point M vérifiant $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

EXERCICE 33. On considère les points $A(0,1,1)$, $B(2,1,1)$, $C(3,1,1)$ et $D(1,1,1)$ dans un repère (O,I,J,K).

1. Démontrez que $ABCD$ est un parallélogramme.
2. Soit $E(2,2,4)$. Déterminez les coordonnées du point F telles que $ACEF$ soit un parallélogramme.
3. Soient J le milieu de $[EF]$ et I le point tel que F soit le milieu de $[AI]$. Démontrez que J est le milieu de $[IC]$.

EXERCICE 34. Soient $A(1,2,1)$, $B(1,-1,1)$ et $C(3,1,2)$ trois points de l'espace rapporté à un repère. On note I le milieu de $[BC]$.

1. Déterminez les coordonnées du point G (centre de gravité du triangle ABC) défini par $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$.
2. On considère le point $E(3,7,2)$. Déterminez les coordonnées du point F tel que $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AB}$.
3. On note J le milieu de $[BE]$. Les points G, J et F sont-ils alignés ?

Norme d'un vecteur.

Changement de base.

EXERCICE 35. Soient $A(2,4,-1)$, $B(3,1,2)$, $C(1,0,1)$, $D(3,2,1)$ et $E(1,2,0)$.

1. Démontrez que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ ne sont pas liés.
2. Le repère $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$ peut-il être un repère de l'espace ?
3. Déterminez les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$. Où se situe le point M ?
4. Déterminez α, β, γ tels que : $\overrightarrow{AE}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}+\gamma\overrightarrow{AD}$. Quelles sont les coordonnées de E dans le repère $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$?