Généralités sur les ensembles.

Ensembles.

Un ensemble E est un "paquet" d'éléments qui vérifient une propriété commune $\mathcal{P}(x)$ ce que nous noterons

$$E = \{x \mid \mathcal{P}(x)\}$$

Autrement dit E est l'ensemble des éléments x tels que $\mathcal{P}(x)$ est vraie.

EXERCICE 1.

Dites ce que désignent les ensembles suivants.

1. $E_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$.
2. $E_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x - 6 \geq 0\}$.
3. A et B étant deux points du plan euclidien $\mathcal{E}$,
 $E_3 = \{M \in \mathcal{E} \mid \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AB} = 0\}$

Notations.

$x \in E$ se lit « x appartient à E » et signifie que l'élément x est un élément de l'ensemble E .

$x \notin E$ se lit « x n'appartient pas à E » et signifie que l'élément x n'est pas un élément de l'ensemble E .

Produit cartésien, p -uplets (ou p -listes).

Définition 1. Soient x et y deux éléments. On appelle *couple* " x, y " et on note (x, y) l'ensemble $\{x, \{x, y\}\}$.

Proposition 1. Soient x_1, y_1, x_2, y_2 des éléments. $(x_1, y_1) = (x_2, y_2)$ si et seulement si
$$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}.$$

Définition 2. Soient E et F des ensembles. Nous appellerons *produit cartésien de E et F* l'ensemble que nous noterons $E \times F$ formé de tous les couples (x, y) où $x \in E$ et $y \in F$.

Remarques.

1. Si $E = F$ plutôt que d'écrire $E \times E$ nous écrirons E^2 .
De même $E \times E \times E = E^3$.
2. En itérant le procédé nous définirions, pour $n \in \mathbb{N}^*$, les *n -uplets* (ou *n -listes*) : $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ où $x_1 \in E_1, \dots, x_n \in E_n$. L'ensemble des n -uplets est encore appelé produit cartésien et est noté $E_1 \times E_2 \times \dots \times E_n$.
3. Nous appellerons *n -liste de E* un élément de E^n .
4. Deux p -listes sont égales si elles sont constituées des mêmes éléments dans le même ordre.
5. Les éléments d'une p -liste ne sont pas forcément distincts.
6. Les coordonnées de vecteurs du plan sont des 2-listes de $\mathbb{R}$.
7. Nous avons une façon de construire de nouveaux ensembles.

Exemples.

1. Les 2-listes de $E = \{a, b, c\}$ sont $(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c)$.
 (a, a, b, c, a) et (a, b, a, c, a) sont deux 5-listes de E distinctes.
2. $\mathbb{R}^2$ est l'ensemble des couples de réels. Il peut être vu comme l'ensemble des coordonnées des points dans un espace affine muni d'un repère cartésien.

3. $\mathbb{R}^3$ est l'ensemble des coordonnées de l'espace affine euclidien muni d'un repère.
4. L'univers d'un schéma de Bernoulli de paramètres n et p , dont le succès est noté S , est $\Omega = \{S, \bar{S}\}^n$ et les issues sont des n -uplets formés de S et de $\bar{S}$.