Dérivation.

Nombre dérivé.

Tangente.

Fonction dérivée.

Fonctions puissances.

Linéarité de la dérivation.

Dérivation d'un produit.

Composition et dérivation.

Dérivation de la fonction inverse.

Dérivation d'un quotient.

D'autres fonctions puissances.

Dérivation de la fonction racine carrée.

Dérivation et variation.

Étude d'une fonction, allure d'une courbe.

Exercices.

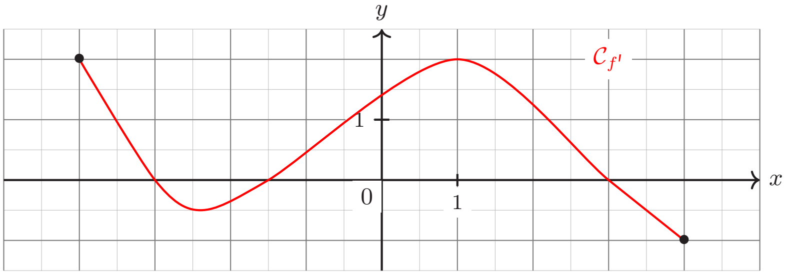
EXERCICE 1. Pour la fonction f dont l'expression algébrique est proposée, donnez l'allure de sa courbe représentative.

a) x. b) x^2. c) x^3.
d) $\sqrt{x}$. e) $\frac{1}{x}$. f) e^x.
g) $2x+3$. h) $-4x+1$. i) $3x+6$.
j) $2x^2-4x+5$. k) $-3x^2-12x-14$. l) $\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x+1$.
m) $-\frac{2}{3}x^3+13x^2+28x-17$.

EXERCICE 2. Pour la fonction f dont l'expression algébrique est proposée, procédez à son étude puis donnez l'allure de sa courbe représentative.

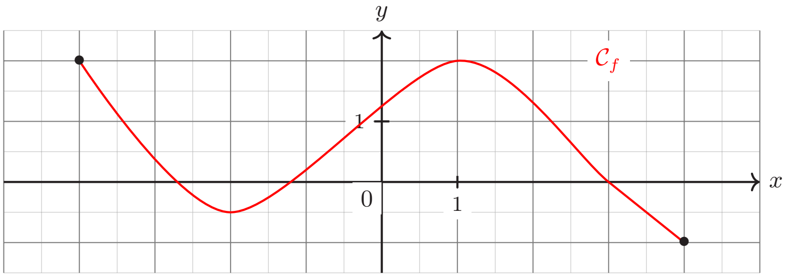
a) $f : x \mapsto (x+1)e^x$. b) $f : x \mapsto (x^2+2x+1)e^x$. c) $f : x \mapsto (-3x+2)\sqrt{x}$.
d) $f : x \mapsto (x^2+x+1)\sqrt{x}$. e) $f : x \mapsto \frac{e^x}{x^2+1}$. f) $f : x \mapsto \frac{-2x+1}{3x+6}$.
g) $f : x \mapsto \frac{x^2-2}{x^2+x+1}$. h) $f : x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{x+1}$. i) $f : x \mapsto \frac{-x+3}{x^7}$.
j) $f : x \mapsto \sqrt{3x+6}$. k) $f : x \mapsto (2x+1)^7$. l) $f : x \mapsto \frac{3}{(-2x+1)^3}$.
m) $f : x \mapsto e^{-2x+7}$. n) $f : x \mapsto x^2e^{3x+6}$.

EXERCICE 3. Donnez, par lecture graphique, le tableau de variation de la fonction f dont la fonction dérivée f' est représentée ci-dessous.



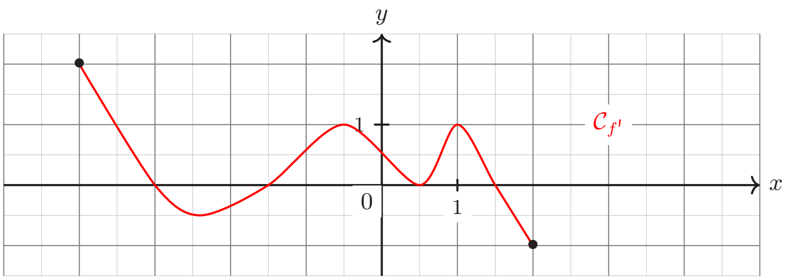
EXERCICE 4.

Donnez, par lecture graphique, le tableau de signe de la fonction f' dérivée de la fonction f qui est représentée ci-dessous.



EXERCICE 5.

La dérivée f' d'une fonction f est représentée ci-contre. Par lecture graphique précisez les extrema locaux de f et pour quelles valeurs de x ils sont atteints.



EXERCICE 6. Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = 5\mathrm{e}^{-x} - 3\mathrm{e}^{-2x} + x - 3.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f et $\mathscr{D}$ la droite d'équation $y = x - 3$ dans un repère orthonormal.

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $g(x) = f(x) - (x - 3)$.

1. Position relative.
   (a) Justifiez que pour tout réel x de l'intervalle $[0; +\infty[$, $g(x) > 0$.
   (b) $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{D}$ ont-elles un point commun ?

2. On note M le point d'abscisse x de $\mathscr{C}_f$, N le point d'abscisse x de la droite $\mathscr{D}$ et on s'intéresse à l'évolution de la distance MN.
   (a) Justifier que, pour tout x de l'intervalle $[0; +\infty[$, la distance MN est égale à $g(x)$.
   (b) On note g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $[0; +\infty[$. Pour tout x de l'intervalle $[0; +\infty[$, calculer $g'(x)$.

EXERCICE 7. Les fonctions du baccalauréat.

a) $(x^2 + 3x + 2)\mathrm{e}^x$.
b) $\mathrm{e}^x \sin(x)$.
c) $x\mathrm{e}^{-x} + 2x + 1$.
d) $\frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$.
e) $(60x + 40)\mathrm{e}^{-0,5x}$.
f) $4\ln(x + 1) - \frac{x^2}{25}$.
g) $-0{,}05x^2 + 1{,}1x$.
h) $x\left(2(\ln(x))^2 - 3\ln(x) + 2\right)$.
i) $(12 + x)\mathrm{e}^{-0,6x}$.
j) $x^n \mathrm{e}^{-x}$.
k) $x\ln(x - 2)$.
l) $x\ln(x^2) - \frac{1}{x}$.
m) $2x - x^2$.

EXERCICE 8. Les fonctions du baccalauréat.

a) $\frac{0{,}96x}{0{,}93x+0{,}03}$.
b) $2x\mathrm{e}^{-x}$.
c) $\frac{\mathrm{e}^x}{x-1}$.
d) $10x\mathrm{e}^{-0,01x} + 20$.
e) $(4x - 2)\mathrm{e}^{-x+1}$.
f) $x^2 - x\ln(x)$.
g) $x - \ln(x)$.
h) $x - 2 + \frac{1}{2}\ln(x)$.
i) $x - \ln(x^2 + 1)$.
j) $x^2 + 2x - 1 + \ln(x + 2)$.
k) $\frac{4}{5-x}$.
l) $x - \ln\left(\frac{x}{4}\right)$.
m) $\mathrm{e}^x + x$.
n) $(1 - x^2)\mathrm{e}^x$.
o) $8x^2(2 - 3\ln(x)) - 3$.
p) $\frac{6}{1+5\mathrm{e}^{-x}}$.
q) $(20x + 8)\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}x}$.
r) $(x^2 - 4)\mathrm{e}^{-x}$.
s)

EXERCICE 9. *Bac série C 1968.Montréal et New-York.* Les nombres a et b désignant deux constantes réelles, avec $a \neq 0$, on considère, sur la courbe (C) d'équation $y = a\mathrm{e}^x + b$, le point M, d'abscisse x. Quelle est l'équation de la tangente en M à la courbe (C) ?

Soit K l'intersection de cette tangente avec l'axe des abscisses. Quelle est l'abscisse z du point K ? Calculez la différentielle dz. Comment faut-il choisir b pour que $dz = dx$?

EXERCICE 10. *Bac série mathématiques élémentaires et mathématiques techniques 1968. Antilles* On considère l'application f de l'ensemble des réels dans l'ensemble des réels définie par $f : x \mapsto y = \frac{x^2+9x+15}{x^2+4x+5}$.

1. Étudiez les variations de cette fonction.
2. Représentez graphiquement les variations de cette fonction dans un repère orthonormé.