

Composition de fonctions.

Définition.

EXERCICE 1. La proposition suivante est-elle vraie ou fausse : « Quelles que soient les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$: $f \circ g = g \circ f$. »

Étude de la monotonie de la fonction composée.

EXERCICE 2. Étudiez la monotonie des fonctions suivantes.

a) $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$ sur $\mathbb{R}^*$. b) $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ sur $\mathbb{R}^*$. c) $x \mapsto \sqrt{x}^3$ sur $\mathbb{R}_+$.

Passage à la limite et composition.

Composition et dérivation.

EXERCICE 3. Donnez le domaine de dérivabilité et calculez la dérivée de la fonction u dans les cas suivants.

a) $u : x \mapsto \sqrt{-4x^2 + 16}$.	b) $u : x \mapsto 4x + 5e^{-2x+3}$.
c) $u : x \mapsto \frac{2}{1 + e^{-4x}}$.	d) $u : x \mapsto \frac{1}{\frac{3x^2 + 9x + 6}{3x - 5}}$.
e) $u : x \mapsto (\sqrt{x} + 3)^4$.	f) $u : x \mapsto \frac{3x^2 + 9x + 6}{e^{3x-5}}$.
g) $u : x \mapsto (2x^3 - 7x)^5$.	h) $u : x \mapsto \cos(3x)$.
i) $u : x \mapsto \sqrt{3x^2 + 1}$.	j) $u : x \mapsto \sqrt{4x^2 + 4x + 1}$.
k) $u : x \mapsto \sqrt{x^2 - 3x - 2}$.	l) $u : x \mapsto \left(5x^3 - 4\right)^2$.
m) $u : x \mapsto (5x^4 - 3x + 2)^6$.	n) $u : x \mapsto \left(\frac{1}{x + 6}\right)^3$.

EXERCICE 4. Donnez le domaine de dérivabilité, calculez la dérivée de la fonction h puis donnez son tableau de variation dans les cas suivants.

a) $h : x \mapsto (2x - 4)e^{-5x}$.	b) $h : x \mapsto \sqrt{\frac{2x-1}{2x+1}}$.
c) $h : x \mapsto e^{2x} + 4e^x - 6$.	d) $h : x \mapsto \frac{7}{1 + e^{39-0,02x}} + 4$.
e) $h : x \mapsto xe^{-2x} + e^{-2x} + 1 + x$.	

EXERCICE 5. Calculez la dérivée de f dont l'expression algébrique est ci-après.

a) e^{-x+2} .	b) $\sqrt{x^2 - 1}$.	c) $\exp\left(\frac{1}{x+1}\right)$.	d) e^{-x} .
e) $\cos(4x)$.	f) $(4e^{-x} + 1)^3$.		

EXERCICE 6. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 7x + 10$ et g la fonction définie par $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

- (a) Résolvez l'inéquation $f(x) \geq 0$.
(b) Déduisez-en l'ensemble de définition de la fonction g .
- (a) Déterminez les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
(b) Calculez g' et déduisez-en les variations de g .
(c) Dressez le tableau de variation de f puis celui de g .

EXERCICE 7. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x + 1$ et g la fonction définie par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$.

- Résolvez l'inéquation $f(x) \geq 0$.
 - Déduisez-en l'ensemble de définition de la fonction g .
- Déterminez les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
 - Calculez g' et déduisez-en les variations de g .
 - Dressez le tableau de variation de f puis celui de g .

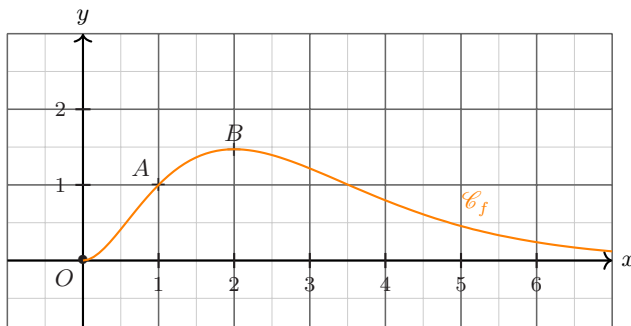
EXERCICE 8. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 1$ et g la fonction définie par $g(x) = e^{f(x)}$.

- Déterminez l'ensemble de définition de g .
- Déterminez les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
 - Calculez g' et déduisez-en les variations de g .
 - Dressez le tableau de variation de f puis celui de g .

EXERCICE 9. Soit f la fonction définie par $f(x) = 7e^{f_{rac20x}}$.

- Déterminez le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de f .
- Calculez f' et déduisez-en les variations de f .
- Calculez f'' et déduisez-en la convexité de f .

EXERCICE 10. La courbe $\mathcal{C}_f$ donnée ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}_+$. On admet que $\mathcal{C}_f$ passe par les points $O(0;0)$, $A(1;1)$ et $B(2, \frac{4}{e})$ et que l'axe des abscisses est asymptote horizontale à la $\mathcal{C}_f$.



- Donnez par lecture graphique la limite de f en $+\infty$ et $f'(2)$.
- On admet que $f(x) = x^2 e^{-x+1}$.
 - Calculez f' et déduisez-en les variations de f .
 - Dressez le tableau de variation de f .
 - Déterminez l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 4.
- Calculez f'' et déduisez-en la convexité de f .
 - Déterminez les éventuels points d'inflexion de $\mathcal{C}_f$.
- Dressez le tableau de variation de l'application g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = e^{-f(x)}$.
- On considère la fonction h définie par $h(x) = \sqrt{f(x)}$ pour tout $x \in]0, +\infty[$. Dressez le tableau de variation de h .

EXERCICE 11.

Étudier une fonction en utilisant monotonie et composition.

Exercices 61 à 64 page 155 du Sésamath.

Identité et réciproque.

Confer leçon bijection.